

7 Stereometrie

Žák dovede:

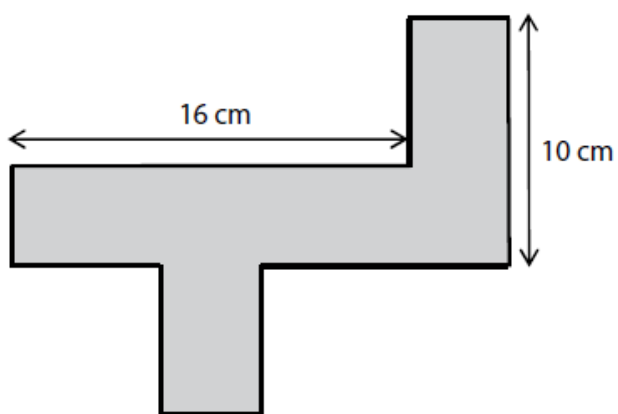
7.1 Tělesa

- charakterizovat jednotlivá tělesa (krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan a kužel, koule a její části), vypočítat jejich objem a povrch;
- užívat jednotky délky, obsahu a objemu, provádět převody jednotek;
- užít polohové a metrické vlastnosti v hranolu;
- využít poznatků o tělesech v úlohách.

Krychle má hranu 10 cm. Kvádr má jednu hranu 10 cm a druhou 6 cm. Kolik centimetrů měří třetí hrana kvádru c , je-li **povrch** krychle i kvádrů stejný?

- A) $c = 15$ cm
- B) $c = 15,5$ cm
- C) $c = 16,6$ cm
- D) Jiné řešení.

Na obrázku je síť kváдру se čtvercovou podstavou.



(CZV)

2 body

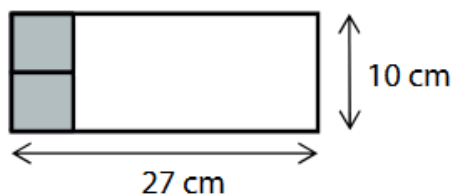
23 Jaký je povrch kváдру?

- A) 64 cm^2
- B) 96 cm^2
- C) 128 cm^2
- D) 144 cm^2
- E) jiný povrch

Z papírového obdélníku s rozměry 27 cm x 10 cm se zhotoví kvádr.

Vyznačené tmavé čtverce se použijí na podstavy kvádrů, bílá část se beze zbytku rozstříhá na boční stěny kvádrů.

Kvádr se po hranách spojí lepicí páskou, papír se nebude nikde překrývat.



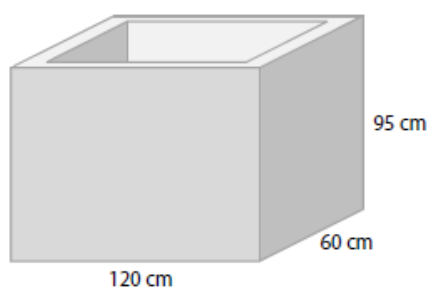
(CZV)

2 body

22 Jaký je objem kvádrů?

- A) 250 cm^3
- B) 270 cm^3
- C) 275 cm^3
- D) 550 cm^3
- E) jiný objem

Kád tvaru kvádru je vodou naplněna po okraj. Vnější rozměry kádě jsou 95 cm, 120 cm a 60 cm. Tloušťka všech stěn i dna je 5 cm.



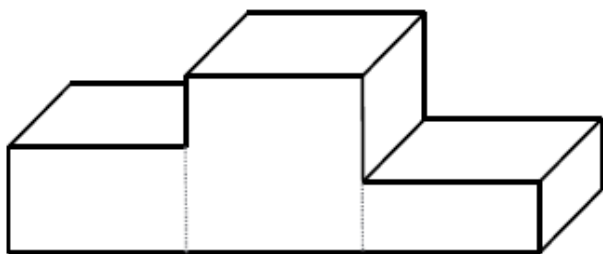
(CERMAT)

2 body

19 Kolik litrů vody se vešlo do kádě?

- A) méně než 57 litrů
- B) 467,5 litrů
- C) 495 litrů
- D) 4 675 litrů
- E) 56 925 litrů

Stupně vítězů představují těleso, které vzniklo připojením dvou kvádrů ke krychli. Stěna krychle má obsah 25 dm^2 . Pokud by se oba postranní kvádry postavily na sebe, vytvořily by stejnou krychli, jako je ta mezi nimi.



(CZW)

max. 2 body

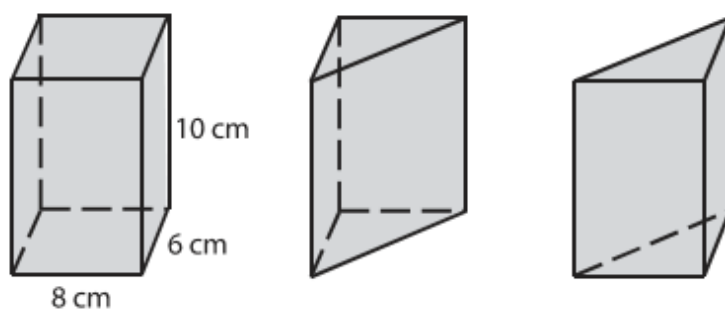
9

9.1 Vypočtete v dm^3 objem tělesa (stupňů vítězů).

9.2 Čtvercová lepicí fólie má stejný obsah jako jedna stěna krychle. Lepicími fóliemi se má pokrýt celé těleso (stupně vítězů) s výjimkou stěny ležící na zemi. Fólie je možné stříhat.

Určete minimální počet lepicích fólií potřebných k pokrytí.

Kvádr, jehož podstava má rozměry 8 cm a 6 cm, má výšku 10 cm. Kvádr je jedním svislým řezem rozpůlen na dva shodné trojboké hranoly.



(CZVV)

2 body

19 Jaký je povrch jednoho trojbokého hranolu?

- A) 188 cm^2
- B) 198 cm^2
- C) 240 cm^2
- D) 288 cm^2
- E) 308 cm^2

Délky podstavných hran dvou kvádrů (I a II)

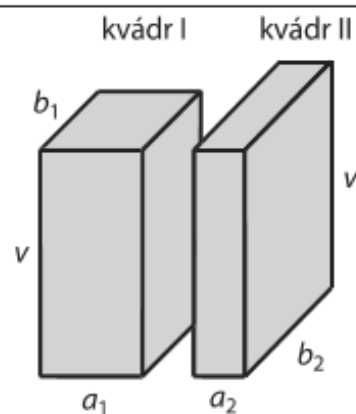
jsou v poměru:

$$a_1 : a_2 = 2 : 1$$

$$b_1 : b_2 = 3 : 4$$

Výšky obou kvádrů jsou shodné.

Kvádr I má objem V_1 , kvádr II objem V_2 .



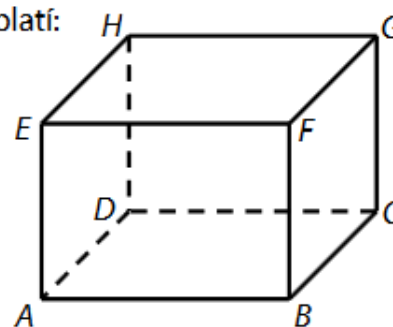
(CZVV)

2 body

20 Jaký je poměr $V_1 : V_2$?

- A) 3 : 2
- B) 4 : 3
- C) 6 : 5
- D) 1 : 1
- E) Poměr nelze určit.

V kvádru $ABCDEFGH$ se **čtvercovou podstavou** $ABCD$ platí:
Vrchol C je od hrany GH ve vzdálenosti 3 cm stejně jako
od stěnové úhlopříčky BD , tedy
 $|C; \leftrightarrow GH| = |C; \leftrightarrow BD| = 3$ cm.



(CZVV)

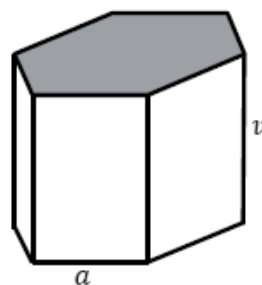
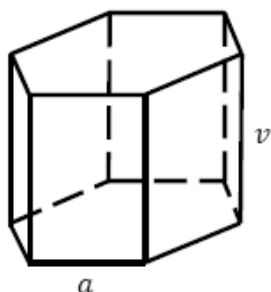
2 body

20 Jaký je objem kvádru?

- A) 27 cm^3
- B) $27\sqrt{2} \text{ cm}^3$
- C) $27\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- D) 54 cm^3
- E) jiný objem

Drátěný model pravidelného šestibokého hranolu s podstavou hranou délky $a = 8$ cm má výšku $v = 12$ cm.

Těleso se přelepí papírem, podstavy tmavým a plášť bílým.

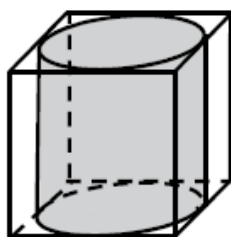


(CERMAT)

max. 2 body

- 11 Vypočtete v cm největší možnou přímou vzdálenost dvou vrcholů drátěného hranolu. (Tloušťku drátu zanedbáváme.)

Do krabice tvaru krychle je vložen válec o objemu 570 cm^3 . Válec se dotýká všech stěn krabice.



(CZV)

2 body

21 Jaká je výška válce (zaokrouhlená na desetiny cm)?

- A) menší než 8,4 cm
- B) 8,5 cm
- C) 8,7 cm
- D) 9,0 cm
- E) větší než 9,1 cm

Váleček se kutálí po podložce. Po jedné celé otočce se posune o 25 cm.

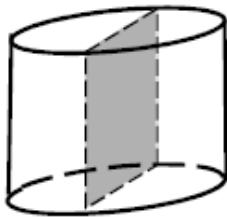
(CERMAT)

2 body

18 Jaký je poloměr podstavy válečku?

- A) přibližně 4,0 cm
- B) přibližně 4,1 cm
- C) přibližně 4,2 cm
- D) přibližně 4,3 cm
- E) jiný poloměr

Výška rotačního válce je 4 cm. Osový řez válce má obsah 24 cm^2 .



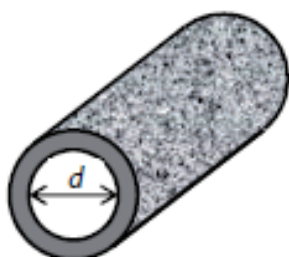
(CERMAT)

1 bod

11 Vypočtete v cm^3 objem rotačního válce.

Podél travnatého hřiště je natažena zahradní hadice. V libovolné části hadice řez vedený kolmo k ose hadice vytvoří mezikruží s vnitřním průměrem $d = 26,3$ mm.

(Deformaci hadice neuvažujeme.)



(CZW)

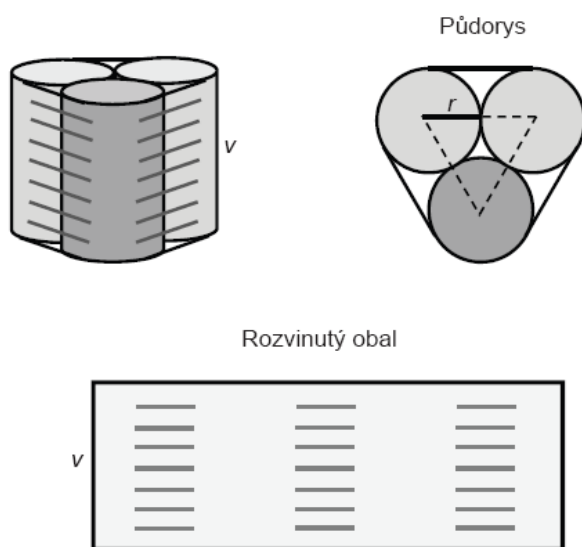
2 body

20 Jaké největší množství vody může obsahovat natažená hadice délky 50 m?

Výsledek v litrech je zaokrouhlen na celé číslo.

- A) 11 litrů
- B) 27 litrů
- C) 86 litrů
- D) 272 litrů
- E) jiné množství vody

Plechovky tvaru válce mají poloměr $r = 3$ cm a výšku $v = 13$ cm. Plechovky jsou po třech zataveny ve slídovém obalu. Obal obepíná plechovky od horního k dolnímu okraji a nepřekrývá podstavy plechovek. Rozvinutím rozstříženého obalu vznikne obdélník.

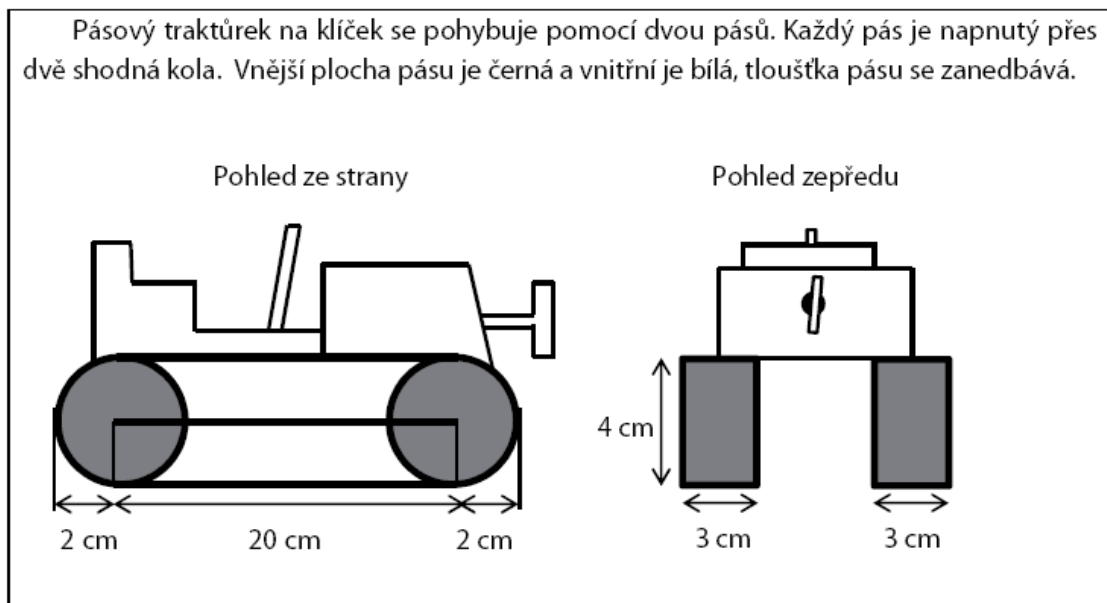


(CERMAT)

2 body

21 Jaký je obsah obalu (s přesností na cm^2)?

- A) 479 cm^2
- B) 514 cm^2
- C) 543 cm^2
- D) 598 cm^2
- E) jiný obsah



(CERMAT)

2 body

19 Jaký je obsah černé plochy jednoho pásu?

- A) $4 \cdot (\pi + 10) \text{ cm}^2$
- B) $6 \cdot (\pi + 20) \text{ cm}^2$
- C) $6 \cdot (3\pi + 20) \text{ cm}^2$
- D) $12 \cdot (\pi + 5) \text{ cm}^2$
- E) $12 \cdot (\pi + 10) \text{ cm}^2$

Káď na ryby tvaru válce s podstavou o obsahu $14\,000\text{ cm}^2$ má objem 600 litrů. Káď je naplněna vodou **pouze** do tří čtvrtin.

(CERMAT)

2 body

20 V jaké výšce ode dna (s přesností na cm) je vodní hladina?

- A) 13 cm
- B) 32 cm
- C) 44 cm
- D) 57 cm
- E) v jiné výšce

V nádobě tvaru rotačního válce je 1 litr vody. Vnitřní **průměr** nádoby je 10 cm.

(CZVV)

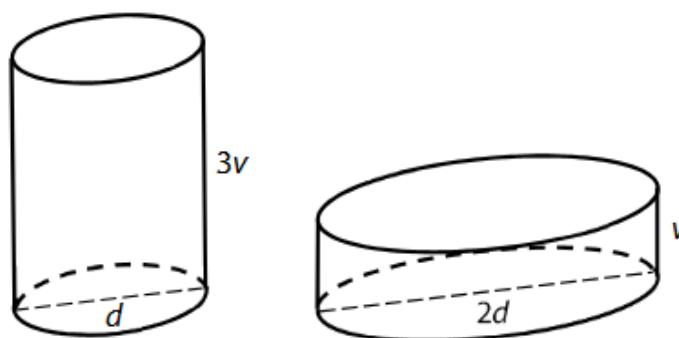
2 body

22 Jaká je výška sloupce vody v nádobě?

- A) $\frac{40}{\pi}$ cm
- B) $\frac{4}{\pi}$ cm
- C) $\frac{25}{\pi}$ cm
- D) $\frac{1}{25\pi}$ cm
- E) $\frac{10}{\pi}$ cm

Dvě nádoby mají tvar válce. První z nádob je třikrát vyšší než druhá, ale průměr dna má dvakrát menší než druhá.

První nádobu naplníme po okraj vodou a potom všechnu vodu přelijeme do druhé nádoby, která byla prázdná.



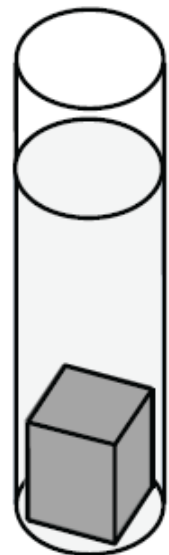
(CZVV)

2 body

19 Jakou část objemu druhé nádoby voda zaplní?

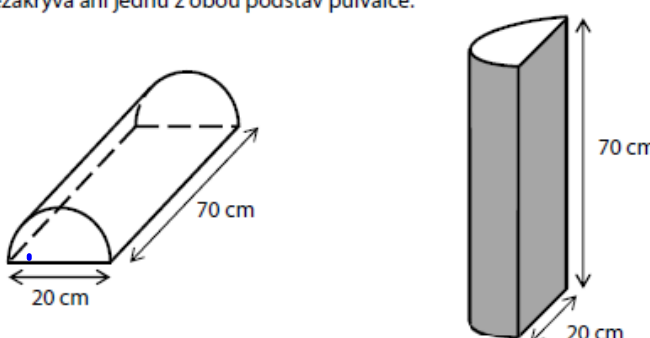
- A) $\frac{3}{4}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{2}{9}$
- D) $\frac{1}{5}$
- E) Voda přeteče, objem druhé nádoby je menší než objem první nádoby.

V nádobě tvaru válce o poloměru podstavy 5 cm sahá voda do výšky 20 cm. Ponořením ocelové krychle hladina stoupne o 4 cm. Kolik centimetrů měří hrana krychle? Údaj zaokrouhlete na jedno desetinné místo.



Molitanová ortopedická podložka je těleso tvaru půlválce. Průměr podstav půlválce je 20 cm, délka půlválce je 70 cm.

Přes podložku se přetáhne 70 cm dlouhý, těsně přiléhající návlek z pevné tmavé látky. Návlek nezakrývá ani jednu z obou podstav půlválce.



(CERMAT)

max. 3 body

15

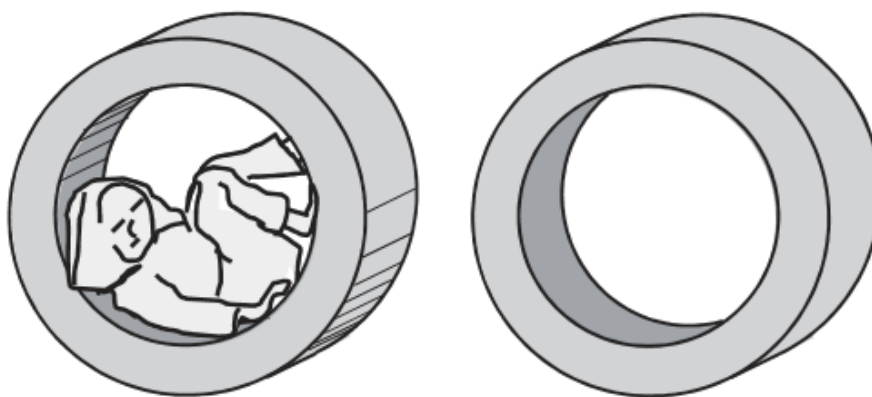
15.1 Vypočítejte objem půlválce (tj. objem podložky) v litrech.

15.2 Vypočítejte v cm^2 obsah pláště půlválce (tj. obsah plochy, kterou zakrývá tmavý návlek).

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 24

Cvičební pomůcka z šedé tvrzené pěny je rotační těleso, které lze popsat jako dutý válec. Dutý válec má výšku 70 cm, vnější průměr 180 cm a vnitřní průměr (tj. průměr dutiny) 120 cm.



(CZVV)

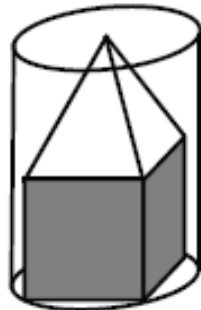
2 body

24 Jaký je povrch tělesa (včetně plochy uvnitř dutiny)?

Výsledek je zaokrouhlen na desetiny m².

- A) 4,1 m²
- B) 6,8 m²
- C) 7,2 m²
- D) 9,4 m²
- E) 11,6 m²

Dřevěný domeček je sestaven z krychle a pravidelného čtyřbokého jehlanu. Délka hrany krychle je stejně dlouhá jako výška jehlanu. Domeček je vtěsnán do plechovky tvaru válce s vnitřním průměrem podstavy $3\sqrt{2}$ cm.

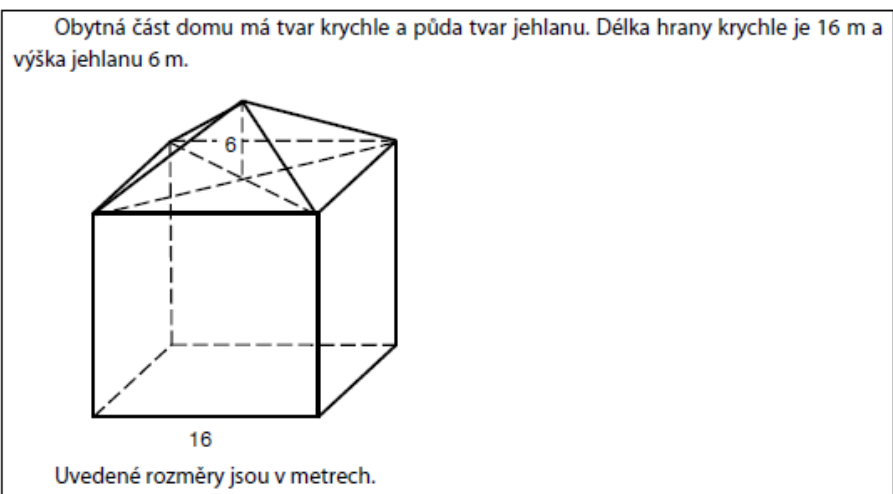


(CERMAT)

2 body

23 Jaký objem má domeček?

- A) menší než $38,0 \text{ cm}^3$
- B) $38,0 \text{ cm}^3$
- C) $41,5 \text{ cm}^3$
- D) $45,0 \text{ cm}^3$
- E) větší než $45,0 \text{ cm}^3$

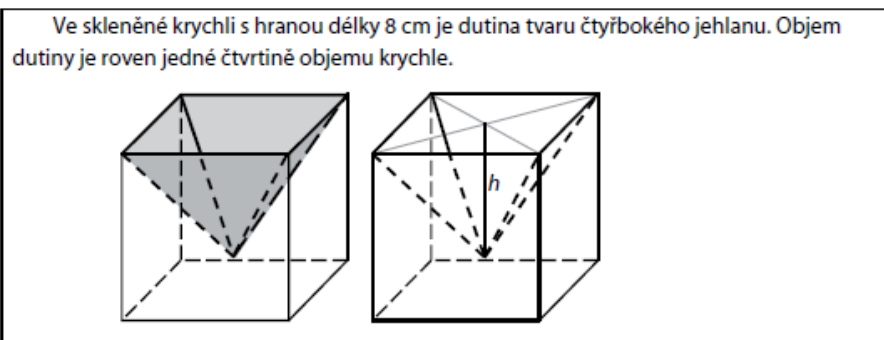


(CERMAT)

2 body

18 Jak velká je plocha střechy?

- A) 192 m^2
- B) 202 m^2
- C) 320 m^2
- D) 448 m^2
- E) 512 m^2



(CERMAT)

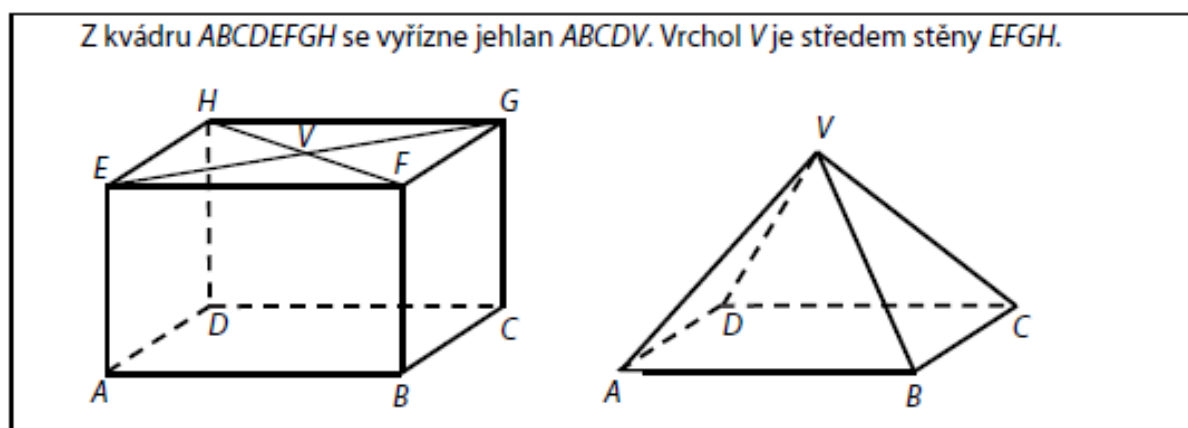
max. 3 body

14

14.1 Vypočítejte v cm^3 objem dutiny.

14.2 Vypočítejte v cm hloubku h dutiny.

V obou částech úlohy 14 uveďte v záznamovém archu celý postup řešení (použité vzorce, dosazení číselných hodnot, výpočet a jednotky).



(CZV)

1 bod

- 10 Určete, kolikrát je objem kváдру větší než objem jehlanu.

1 bod

- 11 Platí: $|BD| = 4\sqrt{7}$ cm, $|BV| = 8$ cm.
Vypočítejte v cm výšku v jehlanu.

Rozvinutý plášť kužele tvoří půlkruh. Délka strany kužele je 6 cm.

Jaký je obsah pláště kužele?

- A) $6\pi \text{ cm}^2$
- B) $8\pi \text{ cm}^2$
- C) $9\pi \text{ cm}^2$
- D) $12\pi \text{ cm}^2$
- E) $18\pi \text{ cm}^2$

Papírová čepice má tvar rotačního kužele. Po straně je slepena lepicí páskou. (Okraje papíru jsou k sobě přiloženy a v místě lepení se nepřekrývají.)

Osovým řezem kužele je rovnostranný trojúhelník s délkou strany 16 cm.



(CZW)

2 body

22 Kolik cm^2 papíru je použito na čepici?

- A) $96\pi \text{ cm}^2$
- B) $128\pi \text{ cm}^2$
- C) $192\pi \text{ cm}^2$
- D) $256\pi \text{ cm}^2$
- E) jiný počet

Voda o objemu $40,5\pi \text{ cm}^3$ vyplňuje ve sklenici prostor tvaru rotačního kužele. Voda nesahá až po okraj sklenice, ale pouze do výšky 6 cm od vrcholu kužele.



(CZW)

2 body

23 Jaký je obsah plochy sklenice smáčené vodou?

Výsledek je zaokrouhlen na desetiny cm^2 .

- A) $51,9 \text{ cm}^2$
- B) $54,3 \text{ cm}^2$
- C) $106,0 \text{ cm}^2$
- D) $169,5 \text{ cm}^2$
- E) $211,9 \text{ cm}^2$

Hlavička s čepicí dřevěné figurky je vytvořena z polokoule (dolní polovina hlavy) a kuželu (čepice).



(CERMAT)

1 bod

- 12 Poloměr polokoule je stejný jako poloměr podstavy kuželu. Objem kuželu je shodný s objemem polokoule.

Vyjádřete výšku v kužele v závislosti na poloměru r .

1 bod

- 13 Polokoule (dolní polovina hlavy panáčka) má objem $18\pi \text{ cm}^3$.

Vypočtete v centimetrech poloměr polokoule.

Koule má poloměr 0,3 m. Kolikrát větší je objem koule s dvojnásobným poloměrem?

- A) devětkrát
- B) osmkrát
- C) šestkrát
- D) třikrát
- E) méně než třikrát

Kulička z plastelíny má poloměr 1 cm. Z **osmi** takových kuliček byla vytvořena jedna koule.

(CERMAT)

2 body

21 Jaký je poloměr koule?

- A) 8 cm
- B) $4\sqrt{2}$ cm
- C) 4 cm
- D) $2\sqrt{2}$ cm
- E) 2 cm

Kapka rtuti tvaru koule o **průměru** 3 mm se rozdělila na dvě stejně velké kapičky tvaru koule.

(CZW)

2 body

23 Jaký je poloměr nově vytvořené kapičky rtuti?

Výsledek je zaokrouhlen na setiny mm.

- A) 0,75 mm
- B) 1,04 mm
- C) 1,19 mm
- D) 1,25 mm
- E) 1,44 mm

Polokoule má povrch $108\pi \text{ cm}^2$ (včetně podstavy).



(CZVV)

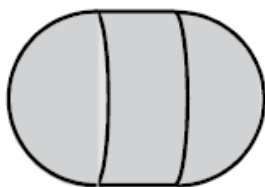
2 body

21 Jaký je objem polokoule?

Výsledek v cm^3 je zaokrouhlen na celé číslo.

- A) 186 cm^3
- B) 280 cm^3
- C) 452 cm^3
- D) 831 cm^3
- E) jiný objem

Bóje na moři má tvar tělesa sestaveného z válce a dvou polokoulí. Výška válce, poloměr válce i poloměr každé z obou polokoulí je 18 cm.



(CERMAT)

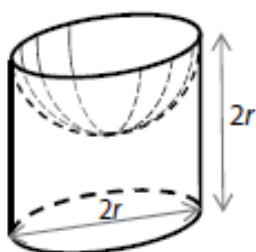
max. 2 body

14 Vypočítejte v cm^2 povrch tělesa.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

V rovnostranném válci je vytvořena dutina tvaru polokoule.

Poloměr podstavy válce i poloměr polokoule je $r = 10$ cm, výška válce je $2r$.



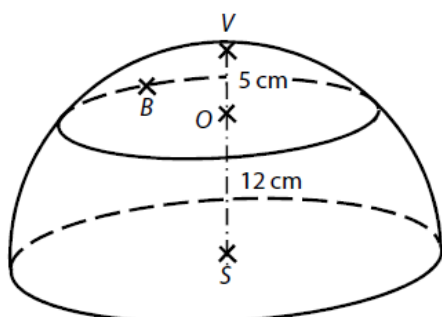
(CZVV)

2 body

21 Jaký je povrch vytvořeného tělesa (tj. válce s dutinou)?

- A) větší než $900 \pi \text{ cm}^2$
- B) $900 \pi \text{ cm}^2$
- C) $800 \pi \text{ cm}^2$
- D) $700 \pi \text{ cm}^2$
- E) menší než $700 \pi \text{ cm}^2$

Polovina kulové plochy je rozdělena rovinou na dvě části – kulový vrchlík a kulový pás. Vzdálenost středu S kulové plochy od roviny řezu je $|SO| = 12$ cm. Polopřímka SO protíná kulovou plochu v bodě V , vzdálenost OV je 5 cm. Bod B leží na kulové ploše.



(CERMAT)

1 bod

12 Vypočítejte v cm vzdálenost BS .

1 bod

13 Vypočítejte v cm^2 obsah kulového vrchlíku.