6 Planimetrie

Žák dovede:

6.1 Planimetrické pojmy a poznatky

- užít pojmy bod, přímka, polopřímka, rovina, polorovina, úsečka, úhly (vedlejší, vrcholové, střídavé, souhlasné), objekty znázornit;
- užít s porozuměním polohové a metrické vztahy mezi geometrickými útvary v rovině (rovnoběžnost, kolmost a odchylka přímek, délka úsečky a velikost úhlu, vzdálenosti bodů a přímek);
- rozlišit konvexní a nekonvexní útvary, popsat jejich vlastnosti a správně jich užívat;
- využít poznatků o množinách všech bodů dané vlastnosti v konstrukčních úlohách.

6.2 Trojúhelníky

- určit objekty v trojúhelníku, znázornit je a správně využít jejich základních vlastností, pojmy užívat s porozuměním (strany, vnitřní a vnější úhly, osy stran a úhlů, výšky, ortocentrum, těžnice, těžiště, střední příčky, kružnice opsaná a vepsaná);
- při řešení početních i konstrukčních úloh využívat věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků;
- užít s porozuměním poznatky o trojúhelnících (obvod, obsah, velikost výšky, Pythagorova věta, poznatky o těžnicích a těžišti) v úlohách početní geometrie;
- řešit úlohy s užitím trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku a obecného trojúhelníku (sinová věta, kosinová věta, obsah trojúhelníku určeného *sus*).

6.3 Mnohoúhelníky

- rozlišit základní druhy čtyřúhelníků (různoběžníky, rovnoběžníky, lichoběžníky), popsat jejich vlastnosti a správně jich užívat;
- pojmenovat, znázornit a správně užít základní pojmy ve čtyřúhelníku (strany, vnitřní a vnější úhly, osy stran a úhlů, kružnice opsaná a vepsaná, úhlopříčky, výšky);
- popsat, znázornit a užít vlastnosti konvexních mnohoúhelníků a pravidelných mnohoúhelníků;
- užít s porozuměním poznatky o čtyřúhelnících (obvod, obsah, vlastnosti úhlopříček a kružnice opsané nebo vepsané) v úlohách početní geometrie;
- užít s porozuměním poznatky o pravidelných mnohoúhelnících v úlohách početní geometrie.

6.4 Kružnice a kruh

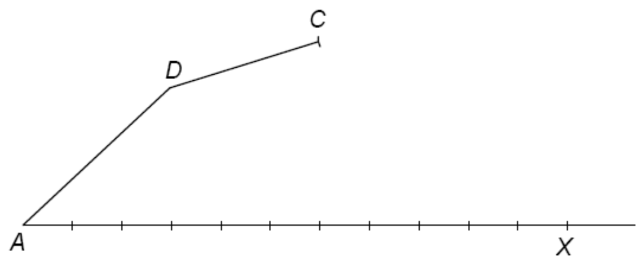
- pojmenovat, znázornit a správně užít základní pojmy týkající se kružnice a kruhu (tětiva, kružnicový oblouk, kruhová výseč a úseč, mezikruží), popsat a užít jejich vlastnosti;
- užít s porozuměním polohové vztahy mezi body, přímkami a kružnicemi;
- aplikovat metrické poznatky o kružnicích a kruzích (obvod, obsah) v úlohách početní geometrie.

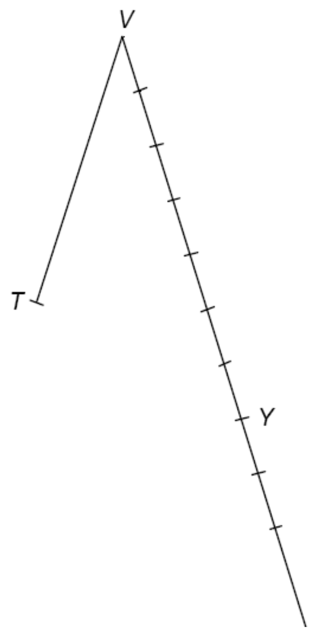
6.5 Geometrická zobrazení

- popsat a určit shodná zobrazení (souměrnosti, posunutí, otočení) a užít jejich vlastnosti.

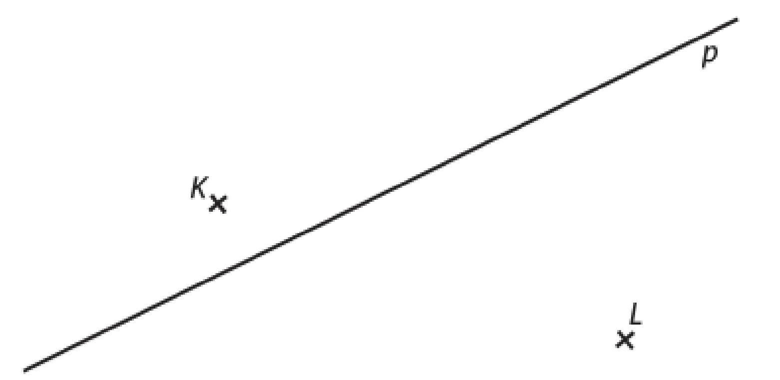
7.1 Na polopřímce AX najděte vrchol B lichoběžníku $ABCD$. Vrchol B popište.

7.2 Na polopřímce VY najděte vrchol U pravoúhlého trojúhelníku TUV. Vrchol U popište. Vyznačte všechna řešení.





V rovině je dána přímka p a mimo ni dva různé body K, L.



(CERMAT)

max. 2 body

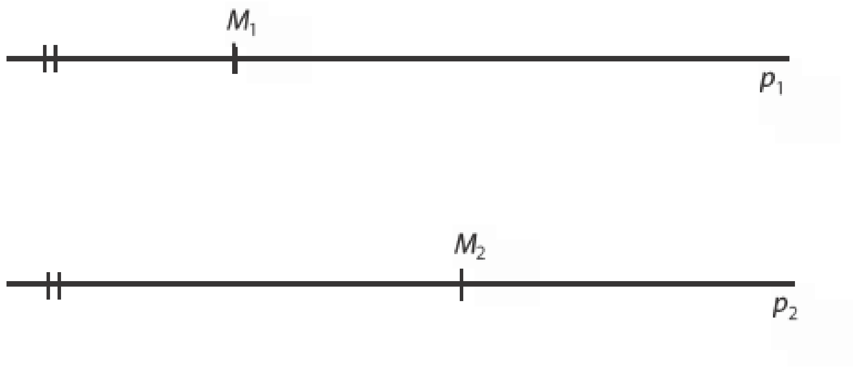
15 Na přímce p sestrojte následující body:

15.1 bod A, kde $|\sphericalangle KAL| = 180°$;

15.2 bod B, kde $|BK| = |BL|$.

V záznamovém archu konstrukci obtáhněte **propisovací tužkou.**

Body M_1 a M_2 leží po řadě na rovnoběžkách p_1 a p_2.



(CZVV)

max. 2 body

15

15.1 Sestrojte množinu $\mathcal{P}$ všech bodů, které mají od přímek p_1 i p_2 stejnou vzdálenost.

15.2 Sestrojte množinu $\mathcal{M}$ všech bodů, které mají od bodu M_1 stejnou vzdálenost jako od bodu M_2.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** a sestrojené množiny označte symboly $\mathcal{P}$ a $\mathcal{M}$.

Je dána kružnice k se středem S a bod A, který leží na této kružnici.

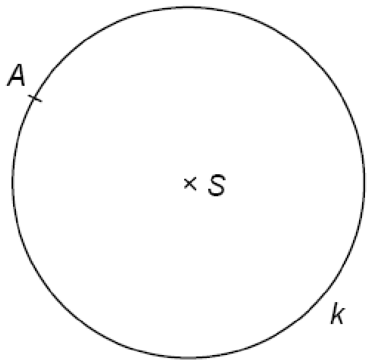
8.1 Na kružnici k sestrojte jednu takovou dvojici bodů B a C, pro niž platí:

délka dráhy po kružnici z bodu A do bodu B je v jednom směru pětkrát delší než v opačném směru;

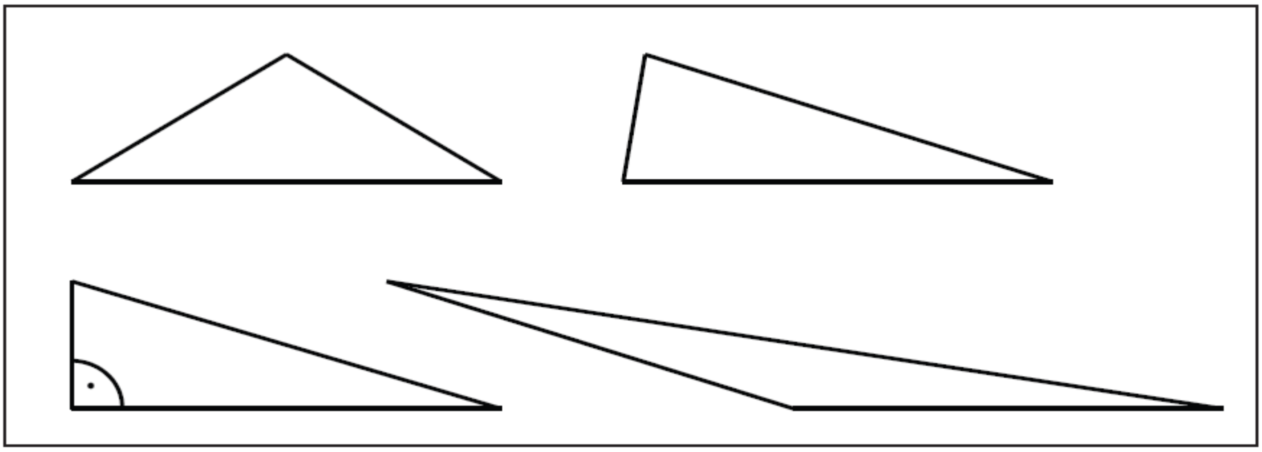
bod B leží v jedné třetině dráhy po oblouku z bodu A do bodu C.

8.2 Určete velikost konvexního úhlu BSC.

Náčrtek:



Konstrukci proveďte v záznamovém archu.



(CERMAT)

2 body

17 **Kolik ze čtyř zobrazených trojúhelníků má průsečík výšek** (resp. průsečík přímek, na kterých výšky leží, tedy ortocentrum) **<u>vně</u> trojúhelníku?**

A) žádný

B) jeden

C) dva

D) tři

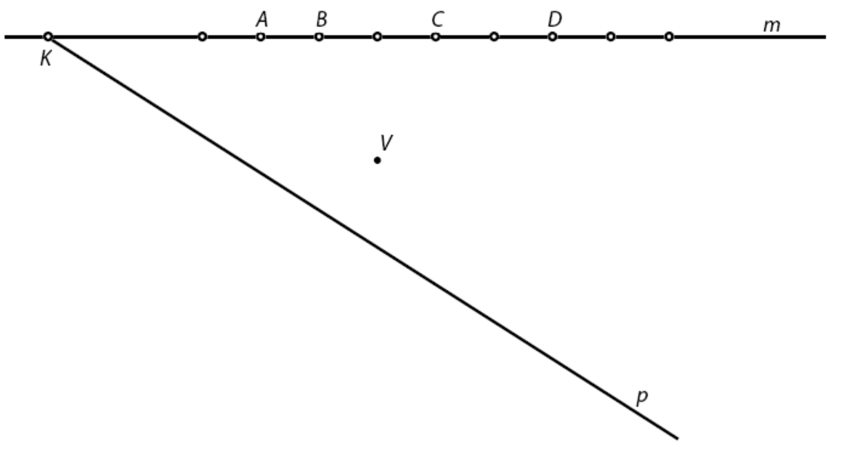
E) čtyři

16 Trojúhelník má vrcholy v bodech $X[1;\ 1]$, $Y[2;\ 8]$, $Z[-6;\ 2]$.

Trojúhelník narýsujte a rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE):

		A	N
16.1	Trojúhelník je rovnoramenný.	☐	☐
16.2	Trojúhelník je ostroúhlý.	☐	☐
16.3	Pata výšky spuštěné z bodu X se shoduje se středem strany YZ.	☐	☐
16.4	Pata výšky spuštěné z bodu Z se shoduje se středem strany XY.	☐	☐

Martin bydlí v ulici *m*, pravděpodobně v některém z domů *A* až *D*. Bratranec Petr bydlí ve druhé ulici *p*. Chlapci by na sebe viděli z oken svých domovů, kdyby jim ve výhledu nepřekážela věž *V*, k níž to mají vzdušnou čarou stejně daleko.



(CERMAT)

2 body

18 Ve kterém domě bydlí Martin?

A) v domě *A*

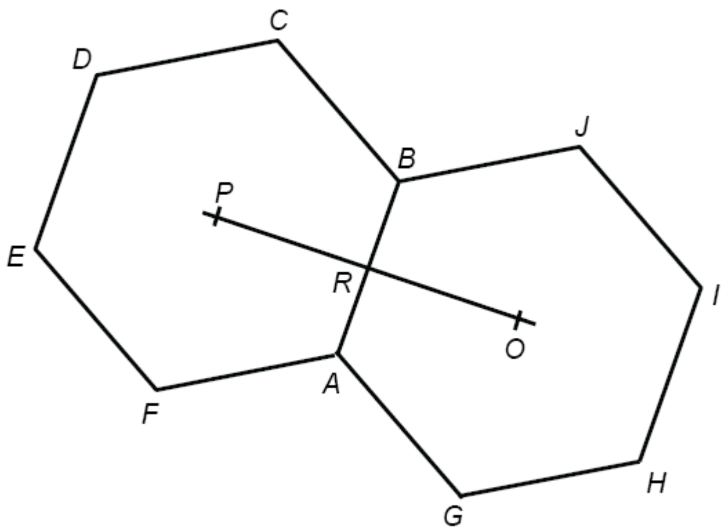
B) v domě *B*

C) v domě *C*

D) v domě *D*

E) v některém z dalších zobrazených domů

V předpisech zobrazení 1–3 doplňte podle obrázku chybějící symboly z nabídky A – E.



1. Ve středové souměrnosti se středem R se úsečka AE zobrazí na ____.
2. V osové souměrnosti s osou ____ se úsečka DG zobrazí na úsečku IF.
3. V otočení se středem F o úhel $\alpha = 60°$ se úsečka PO zobrazí na ____.

A) AB

B) AC

C) BI

D) EB

E) EC

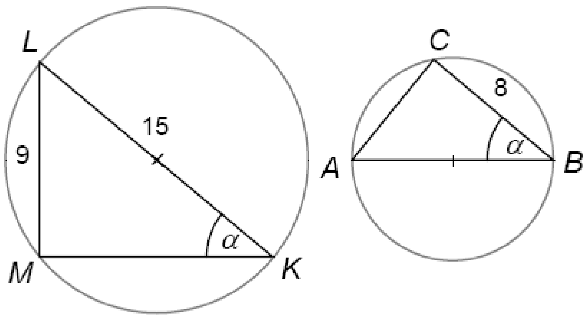
Průměry kružnic jsou úsečky KL a AB. Určete koeficient podobnosti k $(0 < k < 1)$ daných trojúhelníků.

A) $k = \frac{8}{15}$

B) $k = \frac{3}{5}$

C) $k = \frac{2}{3}$

D) jiná hodnota



Délky stran trojúhelníku jsou 8 cm, 9 cm a 13 cm. Podobný trojúhelník má obvod o 15 cm větší.

Určete délku nejdelší strany podobného trojúhelníku.

A) 20 cm

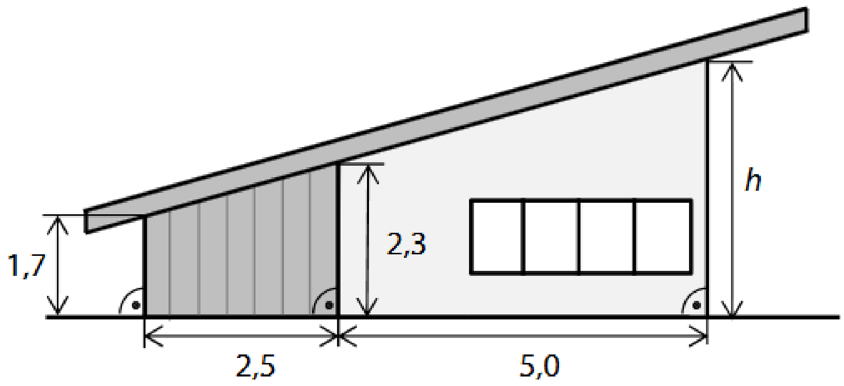
B) $19{,}5$ cm

C) 19 cm

D) 18 cm

E) žádná z uvedených

Střecha chalupy překrývá obytnou část a kůlnu. Nejvyšší stěna chalupy má výšku *h*. Rozměry uvedené v náčrtku jsou v metrech.



(CZVV)

2 body

18 Jaká je výška *h* nejvyšší stěny chalupy?

A) menší než 3,5 m

B) 3,5 m

C) 3,6 m

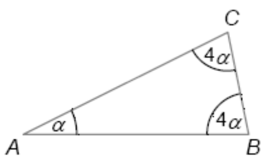
D) 3,7 m

E) větší než 3,7 m

V každém *n*-úhelníku určete postupně velikost úhlu α, β nebo φ.
Ke každému náčrtku 18.1–18.3 přiřaďte odpovídající řešení uvedené v alternativách A)–E).

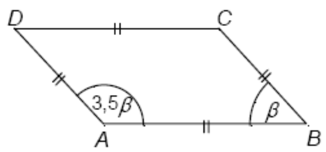
A) 20°
B) 45°
C) 60°
D) 72°
E) Odpovídající hodnota úhlu není uvedena.

18.1 Trojúhelník



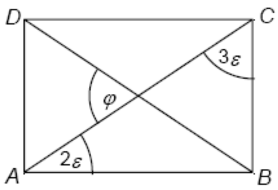
$\alpha = ?$

18.2 Rovnoběžník



$\beta = ?$

18.3 Obdélník



$\varphi = ?$

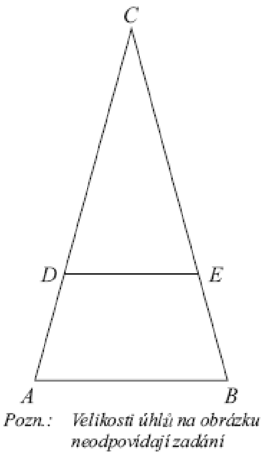
Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC. Velikost úhlu u vrcholu C je 50°. Pokud platí: $|AD| = |BE|$, jaká je velikost úhlu ADE?

A) 50°

B) 65°

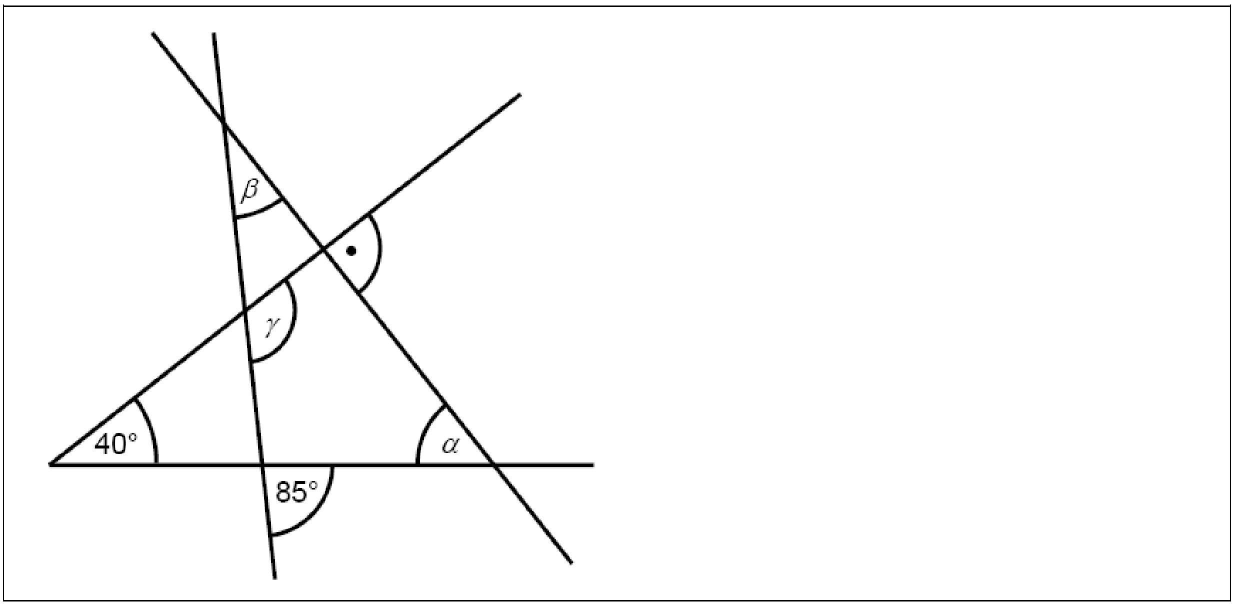
C) 115°

D) 130°



Úloha 2
Velikost vnitřního úhlu pravidelného osmiúhelníku je:

A) 108°
B) 120°
C) 135°
D) 140°



(CERMAT)

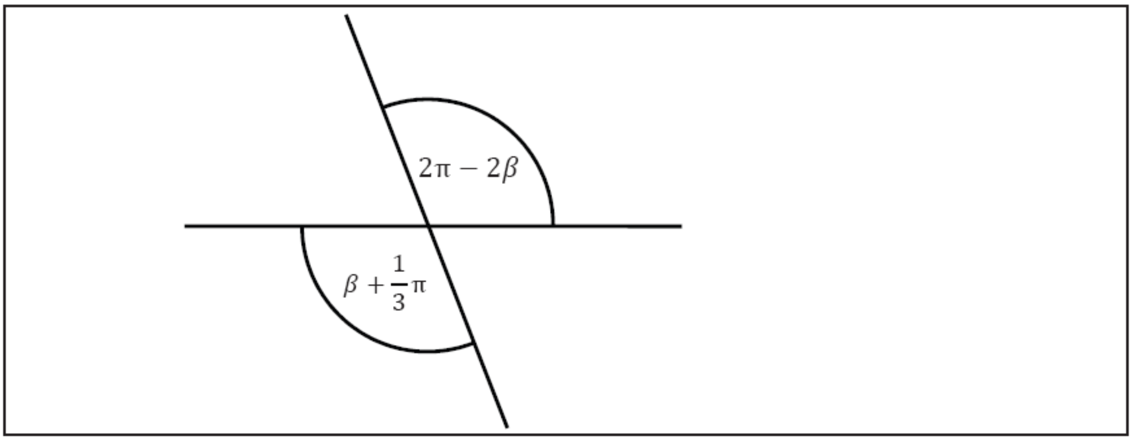
max. 2 body

7 Vypočtěte velikosti úhlů vyznačených v náčrtku.

Výsledky uveďte v pořadí α, β, γ.

Velikosti dvou vnitřních úhlů trojúhelníku ABC jsou $\alpha = \frac{2}{5}\pi$ a $\beta = \frac{1}{4}\pi$.

Vypočtěte velikost třetího vnitřního úhlu trojúhelníku.



(CERMAT)

2 body

18 Jaká je velikost úhlu β?

A) větší než $\frac{7}{9}\pi$

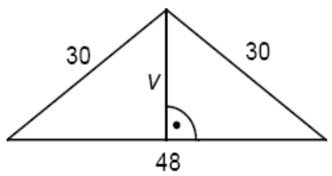
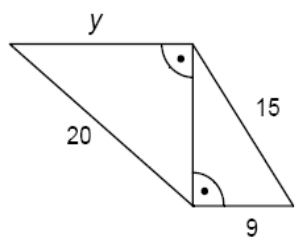
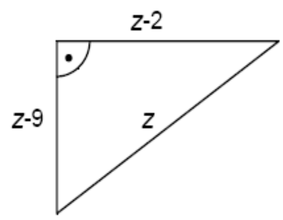
B) $\beta = \frac{7}{9}\pi$

C) $\beta = \frac{2}{3}\pi$

D) $\beta = \frac{5}{8}\pi$

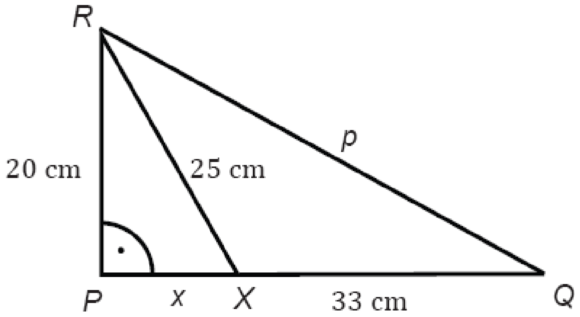
E) menší než $\frac{5}{8}\pi$

Z nabídek A)–E) vybírejte odpovídající hodnotu ke každé z neznámých $v, y, z,$ uvedených v obrázcích 20.1–20.3.

20.1	20.2	20.3
		

A) 14
B) 15
C) 16
D) 17
E) 18

V pravoúhlém trojúhelníku *PQR* je odvěsna *PQ* rozdělena bodem *X* na dva úseky, z nichž delší má délku 33 cm. Druhá odvěsna *PR* měří 20 cm a délka příčky *RX* je 25 cm.



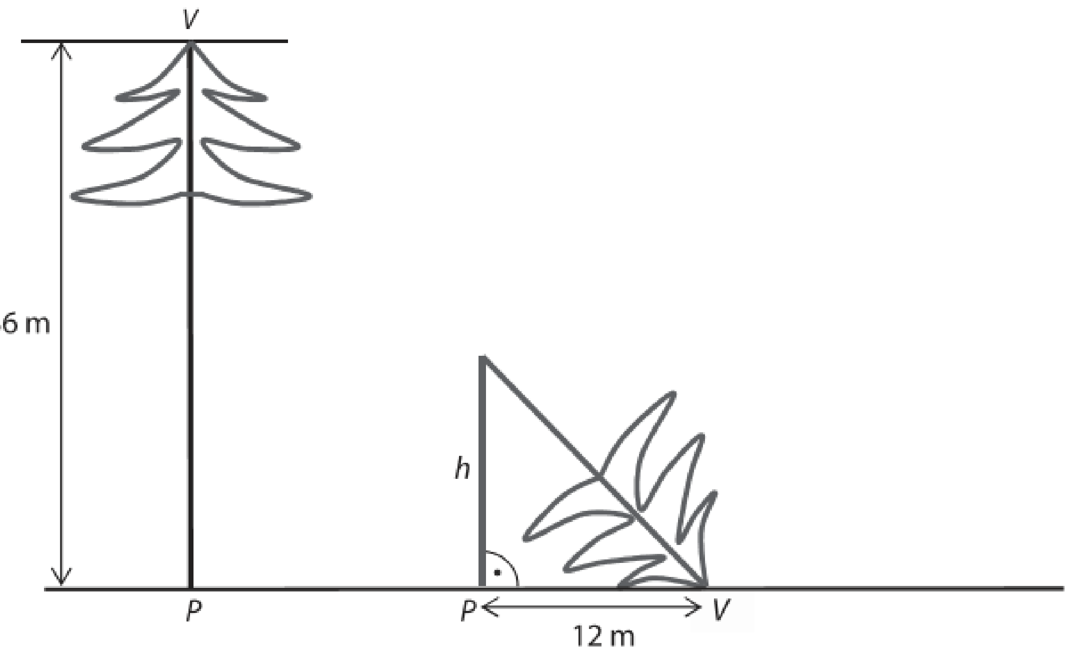
(CERMAT)

max. 2 body

15 **Vypočtěte délku** *p* **strany** *QR*.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

Ve větru se zlomil 36 m vysoký strom. Vrchol zlomeného stromu se dotýká země, a to ve vzdálenosti 12 m od paty kmene stromu. (Tloušťku kmene zanedbáváme.)



(CZVV)

max. 2 body

14 Vypočtěte, v jaké výšce nad zemí (h) **se strom zlomil.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Vnitřní úhel trojúhelníku ABC má velikost $\alpha = 40°$.
Pro délky stran platí vztah $a^2 + b^2 = c^2$.

(CERMAT)

max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

		A	N
16.1	Nejdelší strana je c.	☐	☐
16.2	Největší úhel má velikost 100°.	☐	☐
16.3	Trojúhelník je rovnoramenný.	☐	☐
16.4	Osa strany b je rovnoběžná se stranou a.	☐	☐

Z místa vzdáleného 100 m od dálnice byl zaměřen rovný úsek dálnice pod úhlem 90°. Nejbližší bod dálnice od místa pozorování se nachází v jedné třetině sledovaného úseku.

(CERMAT)

2 body

20 S přesností na desítky metrů určete délku sledovaného úseku.

A) 140 m

B) 170 m

C) 190 m

D) 210 m

E) 240 m

V pravoúhlém trojúhelníku jsou délky odvěsen $\frac{1}{2}$ a $\sqrt{2}$. Úhel φ leží proti delší odvěsně.

Ke každé z goniometrických funkcí úhlu φ uvedených v úlohách 19.1–19.4 vybírejte odpovídající hodnotu z nabídek A)–F).

19.1 tg φ

19.2 cotg φ

19.3 sin φ

19.4 cos φ

A) $\frac{1}{3}$

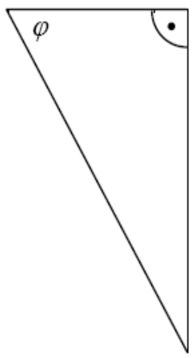
B) 3

C) $2\sqrt{2}$

D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

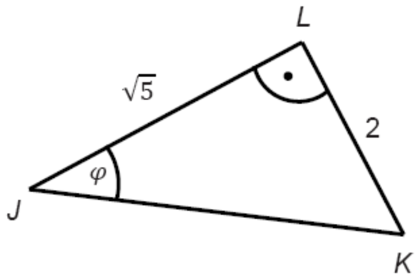
E) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

F) $\frac{\sqrt{2}}{4}$



V trojúhelníku JKL platí:

$\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{3}$

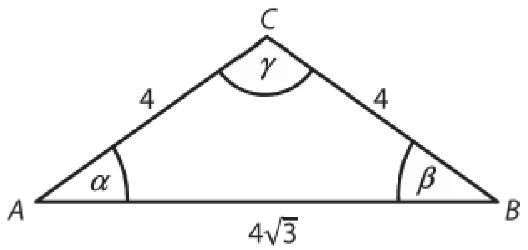


(CERMAT)

1 bod

9 **Určete hodnotu** $\sin\varphi$.

Rozměry uvedené v obrázku jsou v centimetrech.



(CZVV)

max. 2 body

14 V trojúhelníku *ABC* **vypočtěte bez zaokrouhlování:**

14.1 velikost vnitřního úhlu γ;

14.2 výšku v_c na stranu AB v centimetrech.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** obou částí úlohy.

V trojúhelníku ABC leží proti stranám a, b, c úhly $\propto, \beta, \gamma$.

(CERMAT)

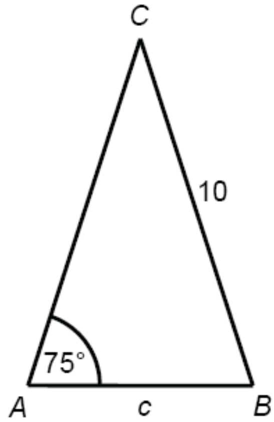
max. 2 body

16 Rozhodněte o každé následující trojici veličin, zda popisuje pravoúhlý trojúhelník s přeponou c (ANO), či nikoli (NE).

		A	N
16.1	$b = 1;\ c = 2;\ \propto = 60°$	☐	☐
16.2	$a = 1;\ b = \sqrt{3};\ \propto = 60°$	☐	☐
16.3	$a = 2;\ c = 4;\ \propto = 30°$	☐	☐
16.4	$a = \sqrt{2};\ b = \sqrt{6};\ \propto = 30°$	☐	☐

Rovnoramenný trojúhelník ABC má při základně AB úhel velikosti $\alpha = |\sphericalangle CAB| = 75°$ a délky ramen $|AC| = |BC| = 10$. Jakou délku má základna $c = |AB|$?

A) přibližně 4,9
B) přibližně 5,2
C) přibližně 5,5
D) přibližně 5,8
E) jinou délku



V obdélníku svírá úhlopříčka se stranou a délky 12 cm úhel α. Hodnota $\cos\alpha = 0{,}8$. Jaká je délka druhé strany b obdélníka?

A) $b = 16$ cm

B) $b = 15$ cm

C) $b = 9$ cm

D) jiná hodnota

Jízda na lyžařském vleku na Pěnkavčí vrch trvá 3,5 minuty. Lyžař jede průměrnou rychlostí $v = 2{,}2\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Sklon svahu vzhledem k vodorovné rovině je $\alpha = 15°$ (viz obr.).

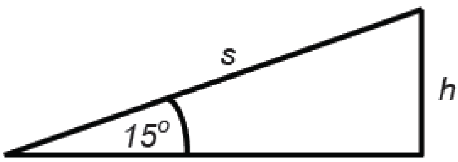
5.1 Jak dlouhou dráhu s (zaokrouhlenou na metry) lyžař na vleku ujede?

A) 462 m

B) 468 m

C) 629 m

D) 955 m



5.2 Jaký výškový rozdíl h (zaokrouhlený na metry) lyžař na vleku překonává?

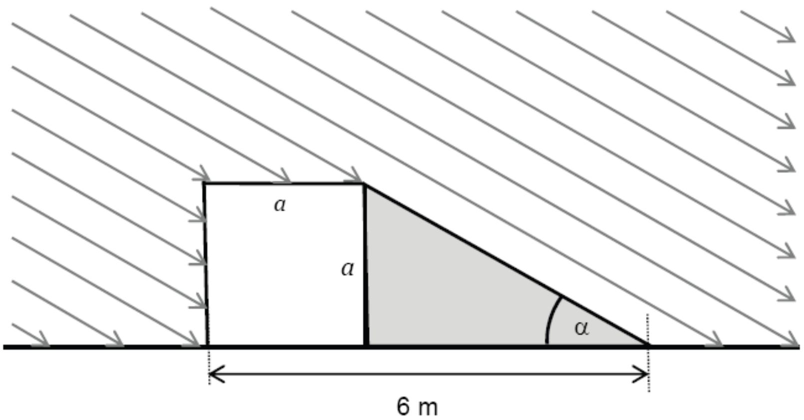
A) 115 m

B) 120 m

C) 123 m

D) 128 m

Na vodorovné podložce je položena bedna tvaru krychle s hranou délky a. Bedna osvětlená slunečním světlem vrhá stín na podložku. Směr slunečních paprsků svírá s podložkou úhel α. (Směr je rovnoběžný se dvěma stěnami krychle.)



(CERMAT)

2 body

22 **Jak dlouhá je hrana krychle, jestliže je** $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3}$?

A) kratší než 2,4 m

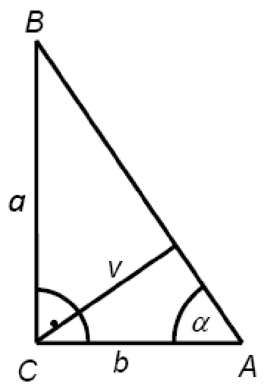
B) 2,4 m

C) 2,5 m

D) 2,6 m

E) delší než 2,6 m

V pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C má úhel CAB velikost $\alpha = 60°$. Strana AC má délku $b = 6\sqrt{3}$.



(CERMAT)

1 bod

13 **Vypočtěte délku strany BC.**

1 bod

14 **Vypočtěte velikost výšky v na přeponu AB.**

Jak dlouhý stín vrhá člověk vysoký 180 cm na vodorovnou podložku, jestliže světelné paprsky svírají s podložkou úhel $50°$? (Situaci si zobrazte.)

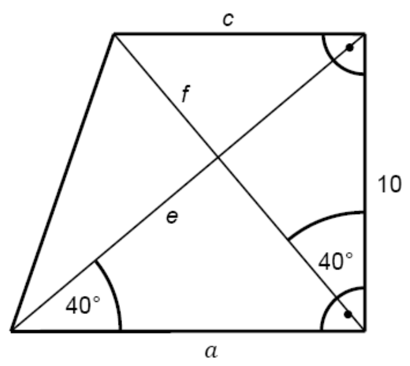
A) $\frac{180}{\sin 50°}$

B) $180 \cdot \sin 50°$

C) $\frac{180}{\cos 50°}$

D) $180 \cdot \mathrm{tg}\, 50°$

E) $\frac{180}{\mathrm{tg}\, 50°}$



V pravoúhlém lichoběžníku jsou uvedeny úhly, které svírají úhlopříčky se dvěma sousedními stranami, a délka jedné strany.

(CERMAT)

max. 3 body

26 Přiřaďte daným úsečkám (26.1–26.3) jejich délky (A–E):

26.1 strana a _____

26.2 strana c _____

26.3 úhlopříčka f _____

A) $10 \cdot \sin 40°$

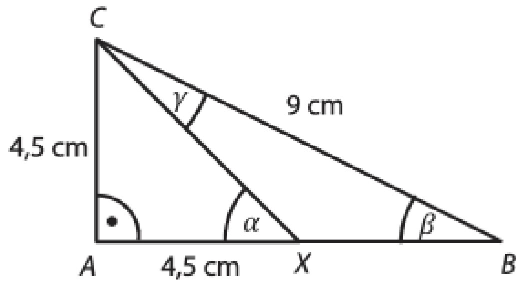
B) $\frac{10}{\sin 40°}$

C) $\frac{10}{\cos 40°}$

D) $10 \cdot \mathrm{tg}\, 40°$

E) $\frac{10}{\mathrm{tg}\, 40°}$

Přepona *BC* pravoúhlého trojúhelníku *ABC* měří 9 cm, odvěsna *AC* měří 4,5 cm. Druhá odvěsna *AB* je bodem *X* rozdělena na dva úseky. Úsek *AX* má délku 4,5 cm.



(CERMAT)

max. 3 body

26 Přiřaďte ke každému úhlu (26.1–26.3) jeho velikost (A–E).

26.1 α _____

26.2 β _____

26.3 γ _____

A) 15°

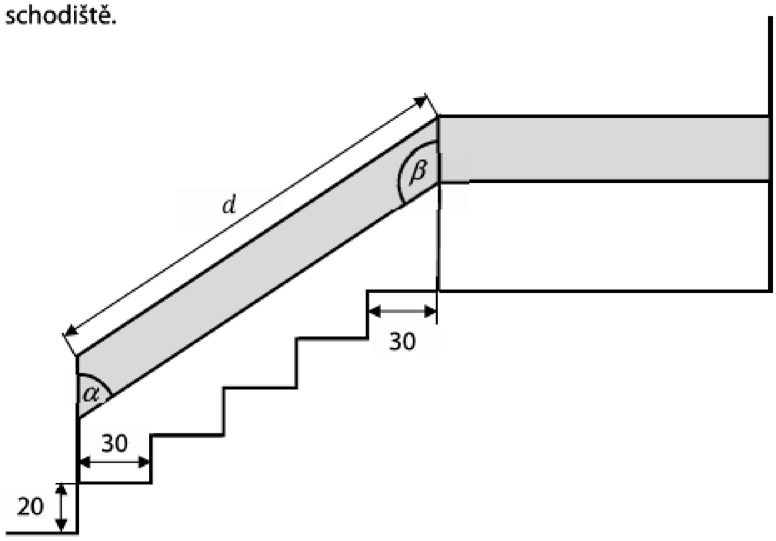
B) 25°

C) 35°

D) 45°

E) jiná velikost

Ke vchodu do rodinného domku vede schodiště s pěti schody, které jsou 20 cm vysoké a 30 cm široké. Šikmá část zábradlí tvaru rovnoběžníku s vnitřními úhly α a β má stejný sklon jako schodiště.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

(CERMAT)

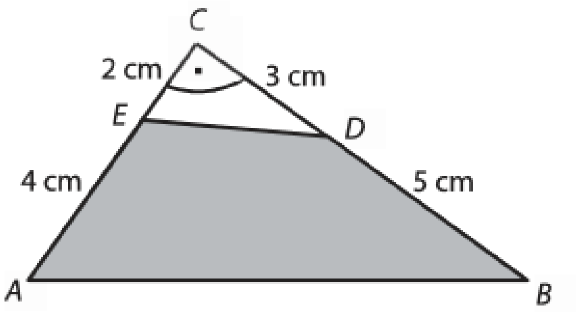
max. 2 body

9

9.1 Vypočtěte s přesností na stupně velikost úhlu α.

9.2 Vypočtěte s přesností na cm délku d delší strany šikmé části zábradlí.

Z pravoúhlého trojúhelníku *ABC* byl odstřižen bílý trojúhelník *CED*.
Platí: $|AE| = 4$ cm; $|CE| = 2$ cm; $|BD| = 5$ cm; $|CD| = 3$ cm.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je obsah tmavého čtyřúhelníku *ABDE*?

A) 21 cm²

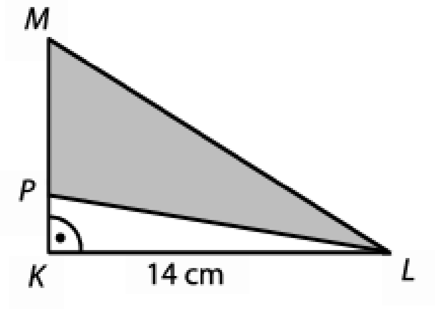
B) 22 cm²

C) 23 cm²

D) 24 cm²

E) jiný obsah

Délka odvěsny KL pravoúhlého trojúhelníku KLM je 14 cm. Na druhé odvěsně KM leží bod P. Obsah tupoúhlého trojúhelníku PLM je 56 cm^2.



(CERMAT)

1 bod

11 Vypočtěte v cm délku strany PM tupoúhlého trojúhelníku PLM.

Jedna odvěsna pravoúhlého trojúhelníka se zmenší o 5 % a druhá odvěsna se o 10 % zvětší.
Jak se změní obsah trojúhelníka?

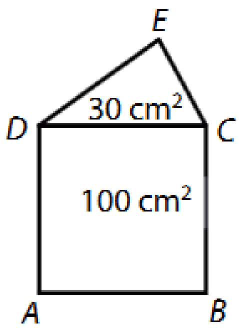
A) zmenší se o 4,5 %

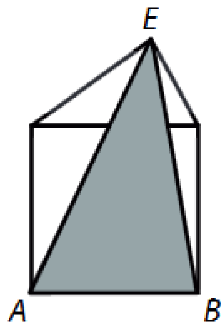
B) zmenší se o 9 %

C) zvětší se o 4,5 %

D) zvětší se o 5 %

Pětiúhelník *ABCED* je složen ze čtverce *ABCD* o obsahu 100 cm² a trojúhelníku *CED* o obsahu 30 cm².





(CZVV)

2 body

21 Jaký je obsah trojúhelníku *ABE*?

A) menší než 75 cm²

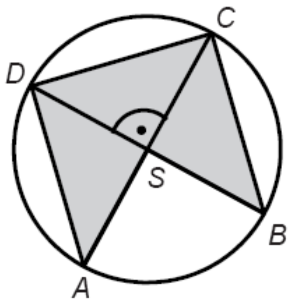
B) 75 cm²

C) 78 cm²

D) 80 cm²

E) větší než 80 cm²

Do kružnice se středem S a poloměrem $r = 3$ cm je vepsán šedý obrazec $ASBCD$.



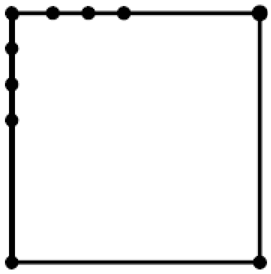
(CERMAT)

max. 2 body

10 Vypočtěte obsah šedého obrazce $ASBCD$. Nezapomeňte uvést jednotku!

Zahrada ve tvaru čtverce má výměru 1 ha. Má být oplocena pletivem, které je upevněno na sloupkách. Vzdálenost sousedních sloupků nesmí být větší než 3 m. Jaký nejmenší počet sloupků je třeba k oplocení zahrady?

A) 134
B) 136
C) 138
D) 140



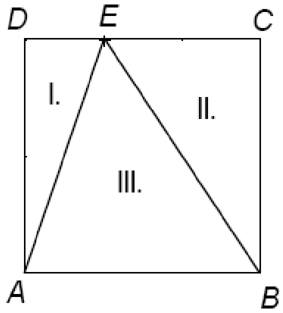
Bod *E* je ve třetině strany *CD* čtverce *ABCD*, blíž k bodu *D*. Úsečky *AE* a *BE* rozdělí čtverec na tři trojúhelníky. V jakém poměru jsou jejich obsahy, a to v pořadí od nejmenšího k největšímu?

A) 3 : 6 : 8

B) 2 : 4 : 9

C) 1: 2 : 3

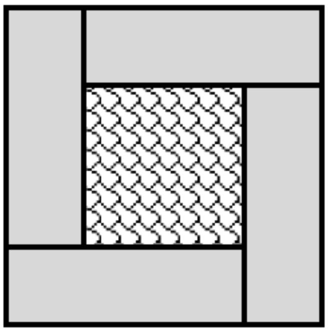
D) v jiném poměru



Přeložením papírového čtverce podle jeho osy souměrnosti vznikne obdélník, jehož obvod je 12 cm. Jaký je obsah původního čtverce?

A) 9 cm^2
B) 16 cm^2
C) 24 cm^2
D) 25 cm^2

Vzor na dlaždici tvoří čtyři shodné obdélníky a čtverec uprostřed. Obvod každého z obdélníků je 30 cm.



(CERMAT)

max. 2 body

9.1 Jaký je obvod celé dlaždice (o)?

9.2 Jaký je obsah dlaždice (S)?

17 V rovině jsou dány body $A[0;\ \sqrt{2}\,]$ a $B[2\sqrt{5};\ -\sqrt{2}\,]$.

Jaký <u>obvod</u> má čtverec *ABCD*?

A) $8\sqrt{5}$

B) 22

C) $8\sqrt{7}$

D) 28

E) Obvod nelze jednoznačně určit.

Obdélníková plocha o celkové rozloze 2 000 m^2 byla rozdělena rovnou hranicí na dva menší obdélníky. Velikosti ploch obou částí jsou v poměru $3:2$. Větší část se od menší liší v délce jedné strany o 10 m.

(CERMAT)

2 body

17 V jakém poměru jsou délky stran u větší z obou částí rozdělené plochy?

A) $5:6$

B) $4:5$

C) $3:4$

D) $2:3$

E) $1:2$

Okrasná část zahrady má tvar obdélníku, jehož rozměry se liší o jediný metr. Po úhlopříčce ji protíná pěšinka dlouhá 29 metrů.

(CERMAT)

max. 3 body

10 Určete délku a šířku okrasné zahrady.

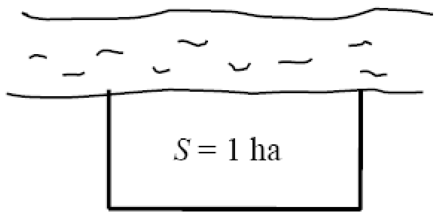
Úloha 1

Určete obsah obdélníku *ABCD*, jestliže délka strany *AB* je 84 cm a úhlopříčka *AC* má délku o 72 cm větší, než je délka strany *BC*.

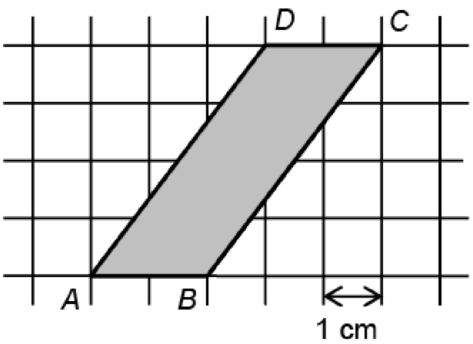
Řešení: 1 092 cm^2

Pozemek tvaru obdélníka má výměru 1 hektar. Jedna jeho **delší** strana je ohraničena řekou, pouze tři zbývající strany jsou oploceny. Délka plotu je 285 metrů. Jaké jsou rozměry pozemku?

Do záznamového archu uveďte celé řešení.



Ve čtvercové síti je umístěn rovnoběžník $ABCD$.



(CERMAT)

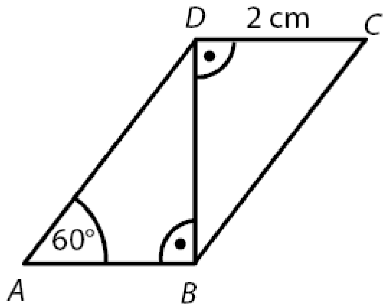
1 bod

14 Vypočtěte obsah rovnoběžníku $ABCD$ a výsledek uveďte v cm^2.

max. 2 body

15 V rovnoběžníku $ABCD$ určete poměr velikostí obou výšek. Výsledek uveďte v základním tvaru.

Rovnoběžník $ABCD$ rozděluje úhlopříčka BD na dva shodné pravoúhlé trojúhelníky.

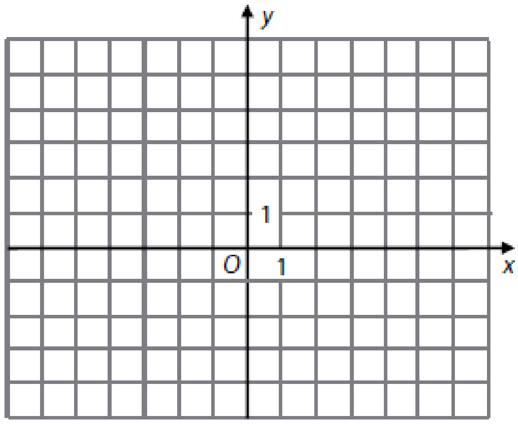


(CERMAT)

max. 2 body

12 Vypočtěte obvod rovnoběžníku $ABCD$.

Úhlopříčky kosočtverce *KLMN* leží na souřadnicových osách. Platí: $K[0;\ -3]$, $L[5;\ 0]$.



(CZVV)

max. 3 body

8

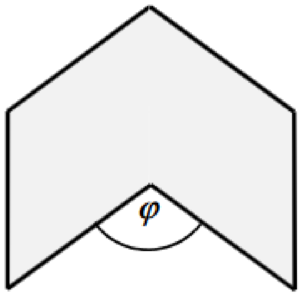
8.1 **V soustavě souřadnic *Oxy* sestrojte kosočtverec *KLMN*.**

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

8.2 **Vypočtěte obsah kosočtverce.**

8.3 **Zapište obecnou rovnici přímky *KL*.**

Osově souměrný rovinný obrazec je tvořen dvěma shodnými kosočtverci.
Obvod obrazce je 24 cm a vyznačený úhel φ má velikost 140°.



(CZVV)

2 body

17 Jaký je obsah obrazce?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm^2.

A) 21 cm^2

B) 24 cm^2

C) 27 cm^2

D) 28 cm^2

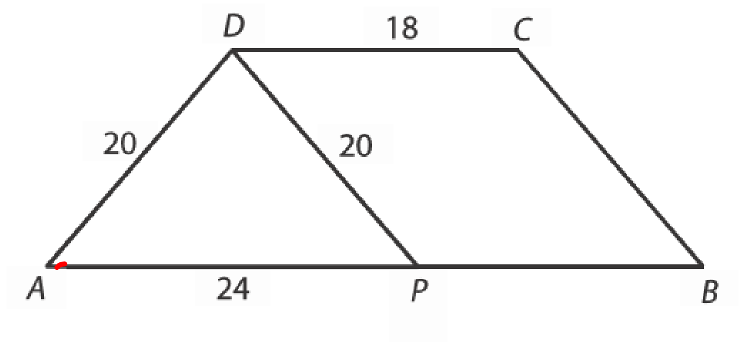
E) 30 cm^2

Délky základen lichoběžníku jsou $a = 4{,}2 \cdot 10^8$ metrů, $c = 8 \cdot 10^7$ metrů, výška v má velikost $4{,}8 \cdot 10^5$ metrů.

Určete obsah plochy lichoběžníku.

Lichoběžník $ABCD$ je sestaven z rovnoramenného trojúhelníku APD a rovnoběžníku $PBCD$.

Platí: $|AD| = |DP| = 20$ cm, $|AP| = 24$ cm, $|CD| = 18$ cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

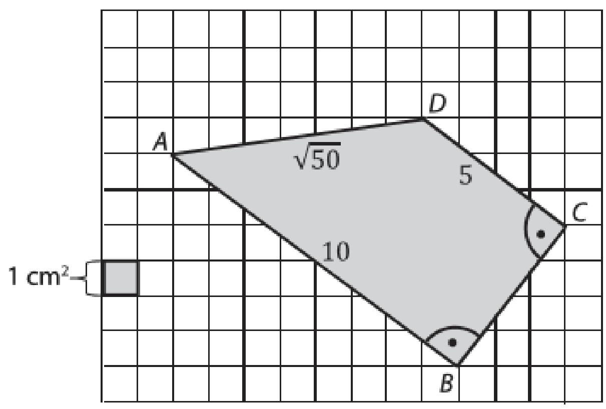
(CZVV)

max. 2 body

14 Vypočtěte obsah lichoběžníku $ABCD$.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

V pravoúhlé síti jsou v mřížových bodech umístěny vrcholy čtyřúhelníku $ABCD$.



Uvedené rozměry čtyřúhelníku jsou v centimetrech.

(CERMAT)

2 body

20 **Jaký je obsah čtyřúhelníku $ABCD$?**

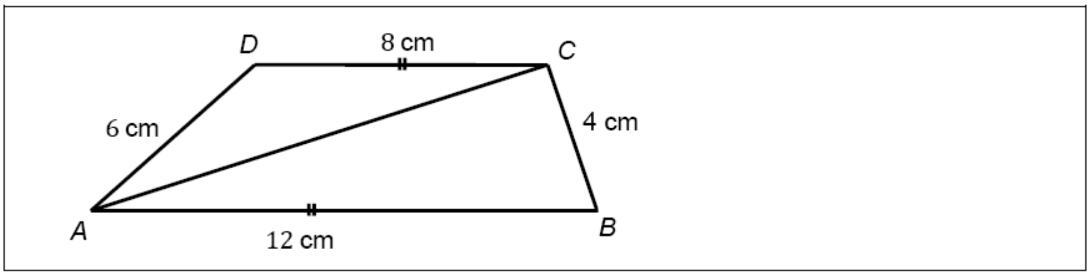
A) $\left(20+\sqrt{50}\right)$ cm²

B) 37,5 cm²

C) $\left(41-0{,}5\cdot\sqrt{50}\right)$ cm²

D) 39,5 cm²

E) jiný obsah



(CERMAT)

2 body

14 Kolik procent obsahu lichoběžníku *ABCD* tvoří obsah trojúhelníku *ACD*?

A) 40 %

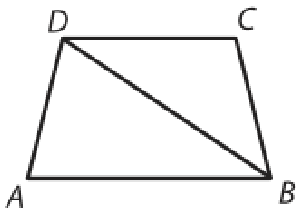
B) 42 %

C) 45 %

D) 50 %

E) jiné řešení

V lichoběžníku *ABCD* o obsahu 32 cm^2 je výška $v = 4$ cm a délka jedné základny 6 cm.



Lichoběžník je úhlopříčkou *BD* rozdělen na dva trojúhelníky *ABD* a *BCD*.

(CZVV)

2 body

18 O kolik cm^2 se liší obsahy trojúhelníků *ABD* a *BCD*?

A) o 5 cm^2

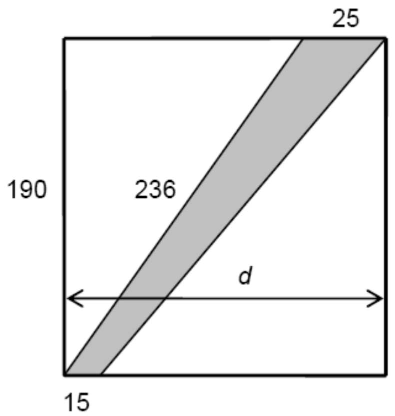
B) o 6,5 cm^2

C) o 7 cm^2

D) o 7,5 cm^2

E) o 8 cm^2

Pozemek tvaru obdélníku je dočasně přerušen stavebním záborem (šedá plocha). Rovnoběžné hranice záboru na obvodu pozemku jsou dlouhé 15 m a 25 m. Jedna šikmá strana záboru, která je oplocena, má délku 236 m. Nyní se pokračuje v oplocování 190 m dlouhé strany pozemku.



(CERMAT)

max. 2 body

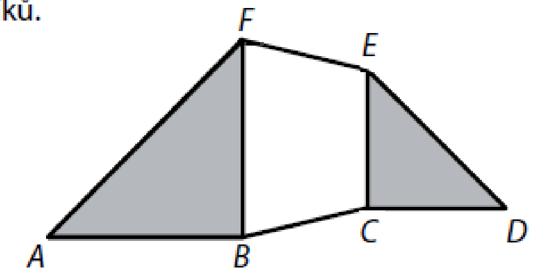
11 Vypočtěte obsah plochy stavebního záboru.

max. 2 body

12 S přesností na celé metry vypočtěte šířku pozemku (d).

Šestiúhelník *ABCDEF* je složen z bílého lichoběžníku a dvou tmavých rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků.

Výška lichoběžníku je 4 cm,
jedna jeho základna měří 6 cm
a obsah lichoběžníku je 32 cm².



(CZVV)

2 body

19 Jaký je obsah šestiúhelníku *ABCDEF*?

A) 74,5 cm^2

B) 82 cm^2

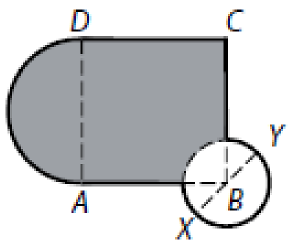
C) 90,5 cm^2

D) 96 cm^2

E) 100 cm^2

Obrazec se skládá z tmavé a bílé plochy. Tmavou plochu tvoří část čtverce *ABCD* a půlkruh s průměrem *AD*. Bílou plochu tvoří kruh se středem *B* a průměrem *XY*.

Platí: $|AB| = 40$ cm, $|XY| = 20$ cm.



(CZVV)

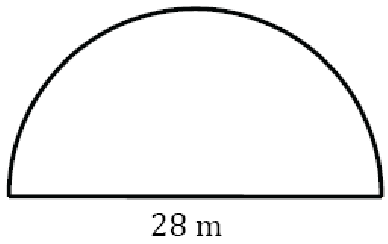
max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
16.1	Obsah tmavého půlkruhu je 400π cm^2.	☐	☐
16.2	Obsah bílého kruhu je polovinou obsahu tmavého půlkruhu.	☐	☐
16.3	Obsah bílé části čtverce *ABCD* je 25π cm^2.	☐	☐
16.4	Obsah bílého kruhu je 200π cm^2.	☐	☐

Pozemek tvaru půlkruhu je třeba oplotit. Na rovnou část plotu se použije 28 metrů pletiva. Kolik celých metrů pletiva bude nejméně potřeba na zbytek plotu po oblouku?

A) 44 metrů
B) 48 metrů
C) 52 metrů
D) 56 metrů
E) jiný počet



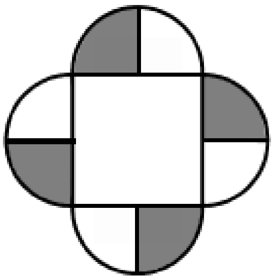
Úsek, který se ve skutečnosti ujde deseti kroky, je na plánu zakreslen úsečkou délky 1 cm. Kruh na plánu má poloměr 2,5 cm.

(CERMAT)

max. 2 body

15 Kolika kroky se obejde po obvodu skutečný kruh?

Ornament je složen z jednoho čtverce a čtyř půlkruhů, které jsou rozděleny vždy na tmavou a světlou polovinu. Čtverec má obsah 400 cm².

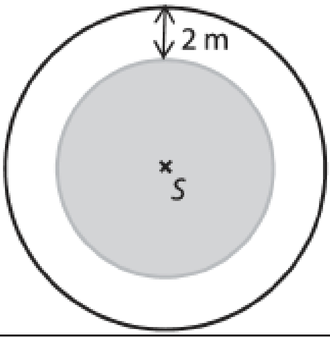


(CERMAT)

1 bod

10 Vypočtěte s přesností na cm^2 obsah tmavé plochy ornamentu.

Kolem kruhové travnaté plochy je 2 m široký chodník. Vnější okraj chodníku tvoří obrubník, jehož délka je 157 m.



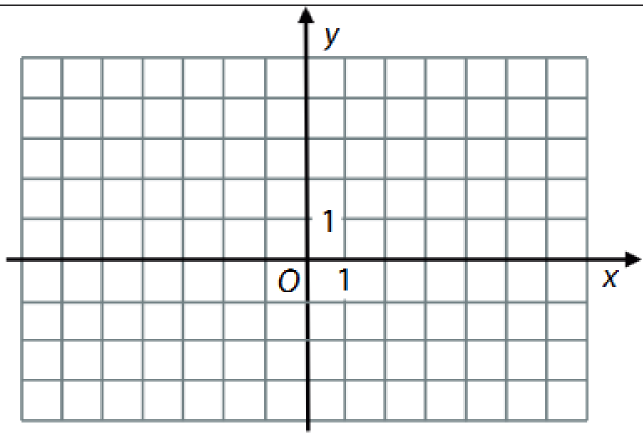
(CZVV)

max. 2 body

14 Vypočtěte obsah kruhové travnaté plochy a výsledek zaokrouhlete na desítky m^2.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (použité vzorce, dosazení číselných hodnot, výpočet a jednotky).

Jsou dány vrcholy obdélníku *ABCD*:
A [−3; 1], *B*[−2; −1], *C* [2; 1], *D* [1; 3].
Obdélníku *ABCD* je opsána kružnice *k*.



(CZVV)

2 body

20 Jaký je obsah kruhu ohraničeného kružnicí *k*?

A) 25π

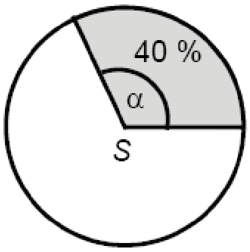
B) $\frac{94}{5}\pi$

C) $\frac{25}{2}\pi$

D) 5π

E) $\frac{25}{4}\pi$

Plocha kruhové výseče tvoří 40 % plochy kruhu.



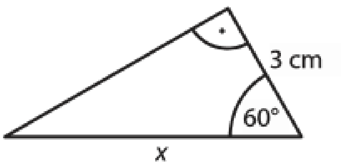
(CERMAT)

1 bod

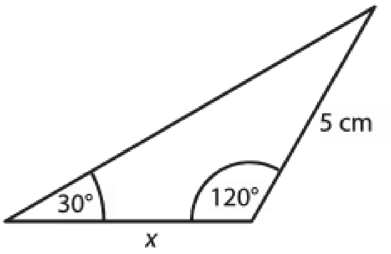
12 Určete středový úhel α kruhové výseče.

26 **Přiřaďte ke každému trojúhelníku (26.1–26.3) určenému trojicí veličin délku strany** x **(A–E).**

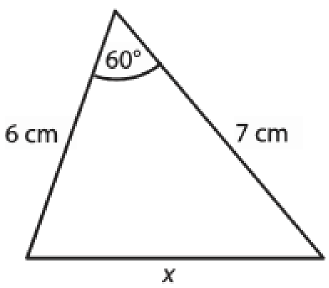
26.1



26.2



26.3



A) $x < 4$ cm

B) $x = 4$ cm

C) $x = 5$ cm

D) $x = 6$ cm

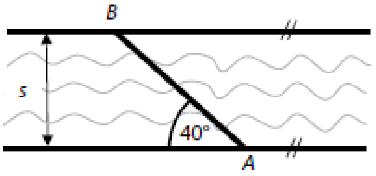
E) $x > 6$ cm

26 V každé zobrazené situaci (26.1–26.3) je šířka řeky označena symbolem s a vzdálenost AB je 50 m.

Přiřaďte ke každé situaci (26.1–26.3) odpovídající šířku s řeky (A–E).

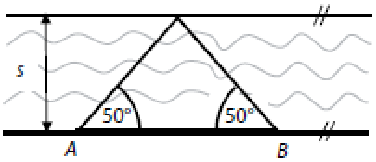
Výsledky jsou zaokrouhleny na celé metry.

26.1



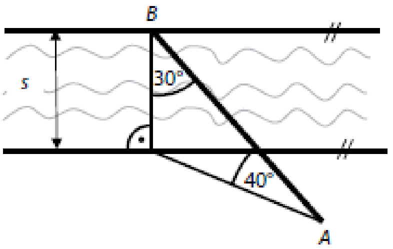
______

26.2



______

26.3



______

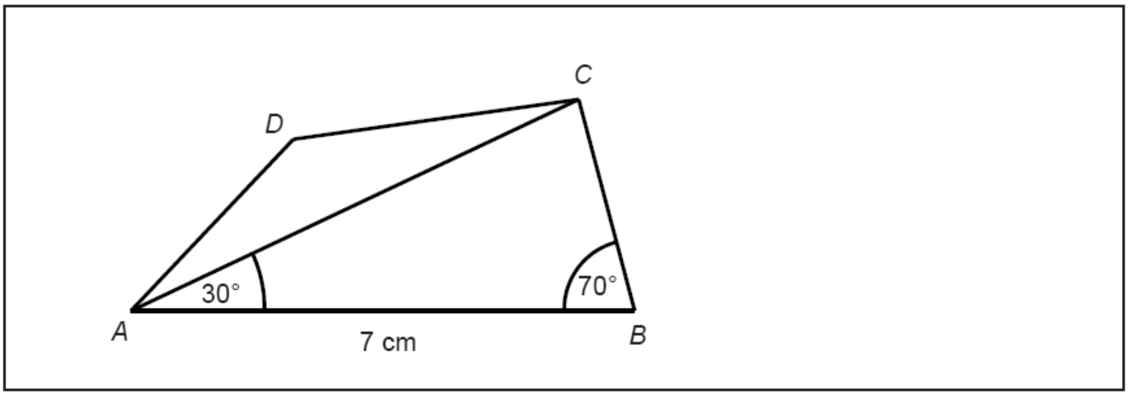
A) méně než 28 m

B) 30 m

C) 32 m

D) 34 m

E) více než 36 m



(CERMAT)

2 body

20 **Jaká je délka úhlopříčky AC vypočtená s přesností na desetiny centimetru?**

A) menší než 6,1 cm

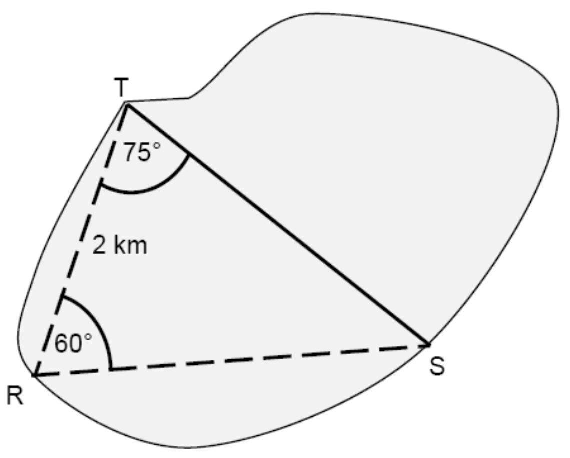
B) 6,1 cm

C) 6,7 cm

D) 7,0 cm

E) větší než 7,0 cm

Pozemek zakreslený v plánku má být rozdělen rovnou hranicí ST na dvě části.



(CERMAT)

2 body

19 Určete s přesností na desítky metrů délku hranice ST.

A) $|ST| = 2\,230$ m

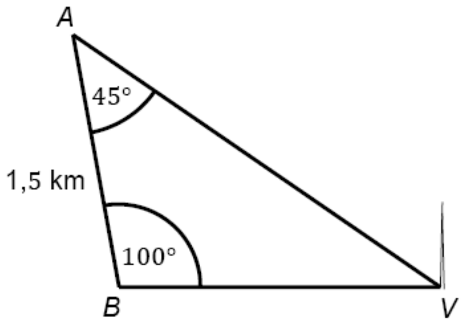
B) $|ST| = 2\,450$ m

C) $|ST| = 2\,630$ m

D) $|ST| = 2\,800$ m

E) $|ST| = 3\,010$ m

Na plánu jsou vyznačeny údaje pořízené při zaměřování vrtné věže V ze dvou stanovišť A a B.



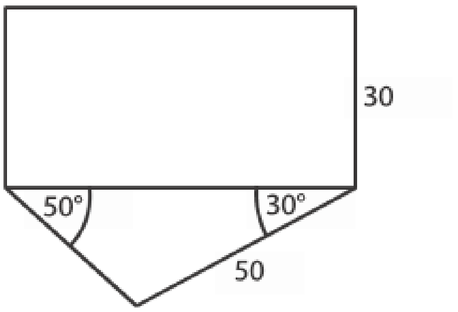
(CERMAT)

max. 3 body

11.1 Pod jakým zorným úhlem je možné od paty věže V sledovat obě stanoviště A a B současně?

11.2 Určete s přesností na celé metry přímou vzdálenost stanoviště B od vrtné věže V.

Obdélníkový a trojúhelníkový pozemek mají společnou hranici. Na plánu jsou rozměry uvedeny v metrech.



(CZVV)

2 body

17 Jaký je obsah <u>obdélníkového</u> pozemku vypočtený s přesností na m²?

A) 979 m^2

B) 1 732 m^2

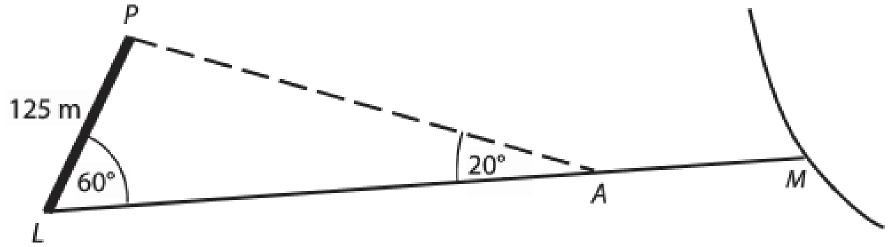
C) 1 928 m^2

D) 1 958 m^2

E) 2 298 m^2

Hranice LP mezi dvěma pozemky má délku 125 metrů. Od jejího levého okraje L vede rovná pěšina LM, která s touto hranicí svírá úhel o velikosti 60°.

Na pěšině je stanoviště A, z něhož je hranice LP vidět pod zorným úhlem 20°.



(CZVV)

2 body

20 Jaká je vzdálenost *AL* stanoviště *A* od levého okraje *L* hranice *LP*?
Výsledek je zaokrouhlen na celé metry.

A) 250 m

B) 343 m

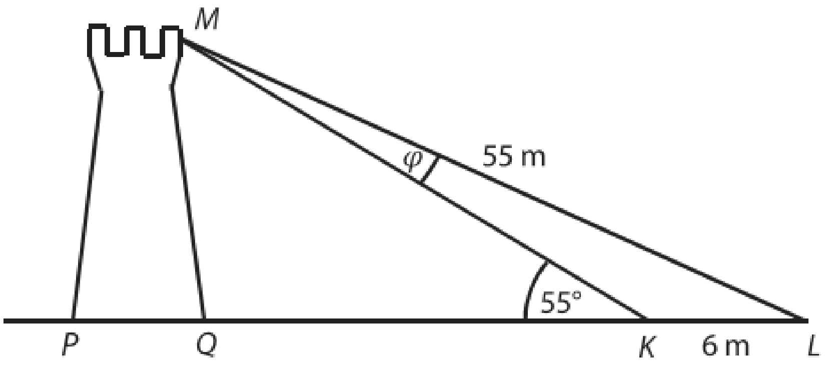
C) 360 m

D) 365 m

E) jiná vzdálenost

Z místa pozorování M je možné zaměřit body K, L na obou krajích silnice v zorném úhlu φ.

Platí: $|ML| = 55$ m, $|KL| = 6$ m, $|\sphericalangle QKM| = 55°$, $|\sphericalangle KML| = \varphi$, body Q, K a L leží na jedné přímce.



(CZVV)

2 body

17 Jaká je velikost zorného úhlu φ?

Výsledek je zaokrouhlen na desetiny stupně.

A) 5,1°

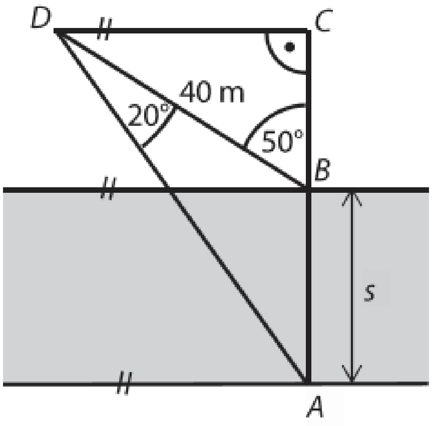
B) 6,3°

C) 7,4°

D) 8,2°

E) jiná velikost

Na břehu řeky se žáci učili obsluhovat měřicí přístroje – teodolit a laserový dálkoměr.
Změřili následující údaje:
$|BD| = 40$ m, $|\sphericalangle ADB| = 20°$, $|\sphericalangle CBD| = 50°$, $|\sphericalangle ACD| = |\sphericalangle BCD| = 90°$



(CZVV)

2 body

22 **Jaká je šířka řeky** $s = |AB|$**?**
Výsledek je zaokrouhlen na celé metry.

A) 24 m

B) 27 m

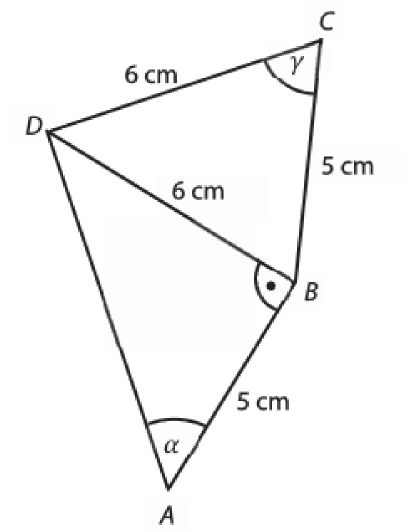
C) 32 m

D) 33 m

E) 35 m

Ve čtyřúhelníku *ABCD* platí:

$|AB| = 5$ cm, $|BC| = 5$ cm, $|CD| = 6$ cm, $|BD| = 6$ cm, $|\sphericalangle ABD| = 90°$



(CZVV)

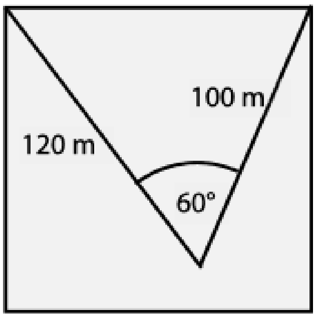
15.1 **Vypočtěte velikost úhlu $\alpha = |\sphericalangle DAB|$. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

15.2 **Vypočtěte velikost úhlu $\gamma = |\sphericalangle BCD|$. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Uvnitř čtvercového pozemku se žáci učili obsluhovat měřicí přístroje – teodolit a laserový dálkoměr. Našli si místo, z něhož viděli jednu stranu pozemku pod úhlem 60°. Poté určili vzdálenost tohoto místa od krajních bodů sledované strany (120 m a 100 m).



(CERMAT)

2 body

22 Jaký je obsah čtvercového pozemku?

A) 11 140 m²

B) 11 300 m²

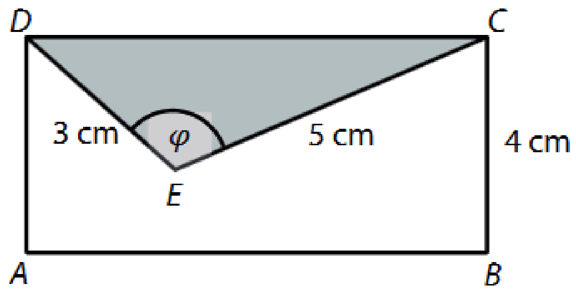
C) 12 400 m²

D) 12 560 m²

E) jiný obsah

V obdélníku *ABCD* o obsahu 28 cm^2 je umístěn trojúhelník *CDE*. Oba obrazce mají společnou stranu *CD*.

Platí: $|BC| = 4$ cm, $|CE| = 5$ cm, $|DE| = 3$ cm.



(CZVV)

max. 2 body

14 Vypočtěte velikost úhlu φ.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.** Nezapomeňte zapsat dosazení číselných hodnot do použitých vzorců, výpočet a jednotky.

Trojúhelník ABC je určen délkami stran $a = 9$ cm, $b = 15$ cm, $c = 10$ cm.

Jakou hodnotu (s přesností na setiny) má kosinus největšího vnitřního úhlu?

A) $+0{,}49$

B) $+0{,}12$

C) $-0{,}24$

D) $-0{,}49$

E) $-0{,}76$

Trojúhelník ABC má délky stran $a = 3$ cm, $b = 5$ cm a $c = 7$ cm.

Jaký je součet velikostí jeho dvou nejmenších vnitřních úhlů?

A) 22°

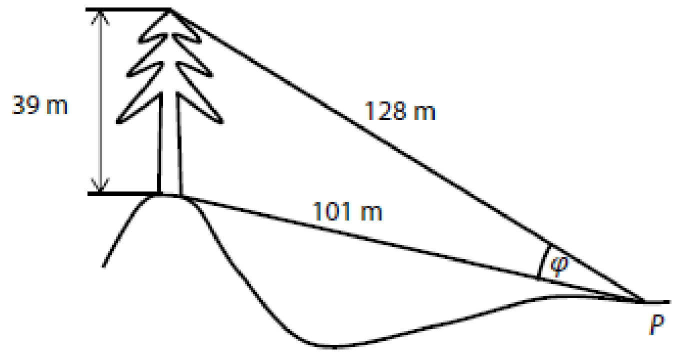
B) 38°

C) 60°

D) 105°

E) jiný součet

Svisle rostoucí strom je vysoký 39 m. Místo pozorování P je od paty kmene stromu vzdáleno 101 m a od vrcholu stromu 128 m. Z místa pozorování P se strom od paty kmene po jeho vrchol jeví v zorném úhlu φ.



(CZVV)

2 body

17 Jaká je velikost zorného úhlu φ?

(Výsledek je zaokrouhlen na celé stupně, tloušťku stromu zanedbáváme.)

A) 14°

B) 18°

C) 21°

D) 23°

E) 38°