5. Posloupnosti a finanční matematika

Žák dovede:

5.1 Základní poznatky o posloupnostech

- aplikovat znalosti o funkcích při úvahách o posloupnostech a při řešení úloh o posloupnostech
- určit posloupnost vzorcem pro n-tý člen, graficky, výčtem prvků

5.2 Aritmetická posloupnost

- určit aritmetickou posloupnost a chápat význam diference
- užít základní vzorce pro aritmetickou posloupnost

5.3 Geometrická posloupnost

- určit geometrickou posloupnost a chápat význam kvocientu
- užít základní vzorce pro geometrickou posloupnost

5.4 Využití posloupností pro řešení úloh z praxe, finanční matematika

- využít poznatků o posloupnostech při řešení problémů v reálných situacích
- řešit úlohy finanční matematiky

V aritmetické posloupnosti platí:

$$a_n = \frac{5 - 10n}{0{,}4}, \text{ kde } n \in \mathbf{N}$$

$n = 1$ $-12{,}5$

$n = 2$ $-37{,}5$

$n = 3$ $-62{,}5$

Jaká je diference posloupnosti?

A) 12,5

B) 5

C) −5

D) −12,5

E) −25

Vzorec pro n-tý člen posloupnosti, kde $n \in \mathbf{N}$, je:

$$a_n = 5n - 3$$

(CERMAT)

n=1 2

n=2 7

n=3 12

1 bod

12 **Vypočtěte rozdíl:**

$a_{n+1} - a_n =$ 5

max. 2 body

13 **Vypočtěte, kolikátý člen posloupnosti je jedenáctkrát větší než druhý člen, tj.** $a_n = 11a_2$.

$a_n = 77$

77 16. člen

log. úvaha $2 \underset{5}{\longleftrightarrow} 7 \underset{5}{\longleftrightarrow}$ 15x

rovnice $5n - 3 = 77 \rightarrow n = 16$ a_{16}

První tři po sobě jdoucí členy posloupnosti jsou $a_1 = 36$, $a_2 = 12$, $a_3 = 4$.

Který vzorec pro *n*-tý člen posloupnosti je možné pro tyto členy použít?

A) $a_n = 36 + 24^{-n}$

B) $a_n = 52 - 16n$

C) $a_n = 60 - 24n$

D) $a_n = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

E) $a_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

$n=1$ 36 $n=2$ 12 $n=3$

-12

$n=1 \quad 108 \cdot \frac{1}{3} = 36$

$n=2 \quad 108 \cdot \frac{1}{9} = 12$

$n=3 \quad 108 \cdot \frac{1}{27} = 4$

$24^{-1} = \frac{1}{24}$

$24^{-2} = \frac{1}{24^2}$

První dva členy aritmetické posloupnosti jsou $a_1 = 57$; $a_2 = 54$.

(CERMAT)

$d = -3$

1 bod

4 **Vypočtěte padesátý člen posloupnosti** (a_{50}).

$a_{50} = a_1 + 49d = 57 + 49 \cdot (-3) = \boxed{-90}$

1 bod

5 **Vypočtěte součet prvních padesáti členů posloupnosti** (s_{50}).

1 bod

6 **Kolik prvních členů posloupnosti je třeba sečíst, aby byl součet co největší?**

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

$$S_{50} = \frac{50}{2} \cdot (57 + (-90)) = \boxed{-825}$$

$$57 + 54 + \ldots + 3 + 0 - 3 - 6$$

$\boxed{19}$

Posloupnost tvoří sedmnáct po sobě jdoucích přirozených lichých čísel seřazených vzestupně od nejmenšího k největšímu. Prostřední člen a_9 je číslo 23.
O každém z následujících tvrzení rozhodněte, je-li **pravdivé** (Ano), nebo **nepravdivé** (Ne).

1. Rozdíl mezi dvěma sousedními členy je 1.
2. $a_{12} = 29$
3. Všechny členy jsou větší než 5.
4. Součet čtyř nejmenších členů je 40.

$a_1 \; - \; - \; \dots \; a_9 \; \dots \; a_{17}$

$7 \qquad 21 \quad 23 \quad 25$

11 Čtvrtým a šestým členem aritmetické posloupnosti jsou čísla $\frac{11}{3}$ a $\frac{7}{3}$.

Vypočtěte pátý člen této posloupnosti.

21 Je dán třicátý člen aritmetické posloupnosti $a_{30} = 100$ a diference $d = 3$.

Kolikátým členem posloupnosti je číslo 280? +60 . 3

A) 60. členem

B) 90. členem

C) 120. členem

D) 180. členem

E) členem s jiným pořadím

Aritmetická posloupnost obsahuje 50 členů, z nichž první tři jsou -140; -132; -124 a poslední tři 236; 244; 252.

$d = 8$

(CERMAT)

1 bod

8 Vypočtěte dvacátý člen posloupnosti.

$a_{20} = a_1 + 19d = -140 + 19 \cdot 8 = 12$

1 bod

9 Vypočtěte součet všech 50 členů posloupnosti:

$-140 + (-132) + (-124) + \cdots + 236 + 244 + 252 =$

$S_{50} = \frac{50}{2}(-140 + 252)$

1 bod

10 Určete, kolikátým členem posloupnosti je číslo 100.

a_1 a_{31}

$-140 \qquad 30\times \qquad 100$

$+8 \quad +8$

31. člen

Největší záporný člen aritmetické posloupnosti, jejímž prvním členem je číslo 100 a třetím členem číslo 76, je

A) −2 ,

B) −6 ,

C) −10 ,

D) jiné záporné číslo.

−8

100

−12

−12

76

V aritmetické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 2$ platí, že dvojnásobek součtu druhého a třetího členu této posloupnosti je roven trojnásobku čtvrtého členu této posloupnosti.

(CZVV)

2 body

22 Do kterého intervalu patří diference této posloupnosti?

A) $\langle -1{,}5; -0{,}5\rangle$

B) $(-0{,}5; 0{,}5\rangle$

C) $(0{,}5; 1{,}5\rangle$

D) $(1{,}5; 2{,}5\rangle$

E) Taková posloupnost neexistuje.

$$2 \cdot (a_2 + a_3) = 3 \cdot a_4$$

$$2(a_1 + d + a_1 + 2d) = 3(a_1 + 3d)$$

$$2(2 + d + 2 + 2d) = 3(2 + 3d)$$

$$6d + 8 = 6 + 9d$$

$$2 = 3d$$

10 V aritmetické posloupnosti je první člen $a_1 = 1$ a součet prvních čtyřiceti členů $s_{40} = 1\,600$.

Vypočtěte čtyřicátý člen a_{40} **této posloupnosti**.

$$S_{40} = \frac{40}{2}(a_1 + a_{40})$$

$$1600 = \frac{40}{2}(1 + a_{40})$$

Je dáno pět po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti:
$4,\ x,\ y,\ z,\ -8$

Která hodnota vyjadřuje součet $x + y + z$?

A) –2

B) –3

C) –4

D) –6

E) žádná z uvedených

$4 \quad \boxed{1} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{-5} \quad -8$

$4d = -12$

$d = -3$

Plechovky jsou narovnány v deseti řadách nad sebou. Každá vyšší řada má o jednu plechovku méně. Ve spodní řadě je 24 plechovek. Kolik je všech plechovek?

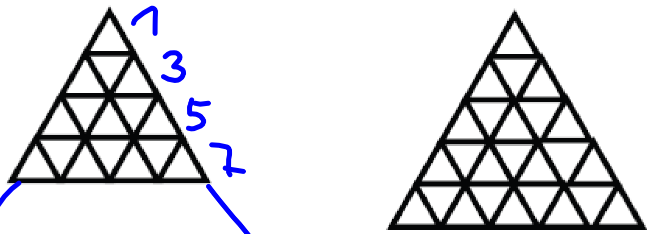
Řešení: 195

Aby součet všech přirozených čísel od jedné do *n* přesáhl 1 000 000, musí být *n* rovno alespoň:

A) 1 000 S_{1000}
B) 1 202
C) 1 414 S_{1202}
D) 1 828 S_{1414}

$$\frac{n}{2}(1+n) \geq 1000000$$

Podkladem pro okenní vitráže jsou trojúhelníkové sítě vytvořené ze shodných rovnostranných trojúhelníků. Dvě zobrazené sítě mají v nejdelší dolní řadě 7 a 9 trojúhelníků a celkem obsahují 16 a 25 trojúhelníků.



(CERMAT)

2 body

20 Kolik trojúhelníků obsahuje obdobně sestavená síť s 31 trojúhelníky v nejdelší řadě? 31

A) méně než 225

B) 225

C) 256

D) 289

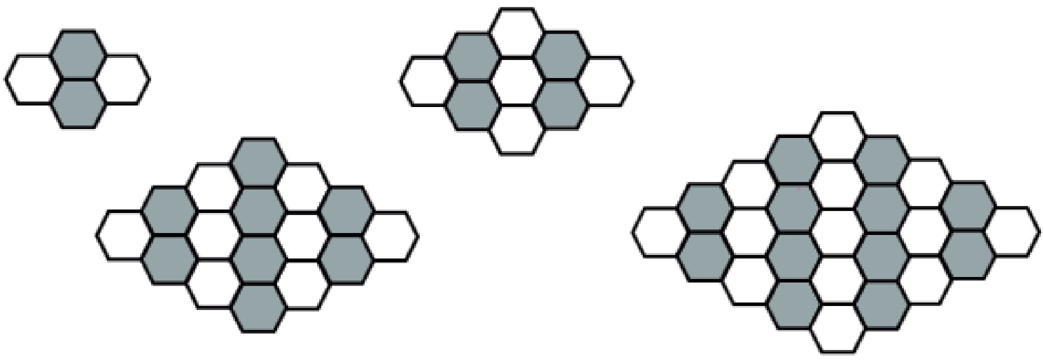
E) více než 289

$$\frac{16}{2}(1+31)$$

Obrazce jsou tvořeny bílými a tmavými šestiúhelníky uspořádanými do sloupců.

Počet šestiúhelníků ve sloupcích se postupně zvětšuje, a to od levého, resp. pravého okraje obrazce směrem ke středu.

Každý obrazec vždy začíná a končí sloupcem s jediným bílým šestiúhelníkem.



(CZVV)

max. 2 body

9 V jednom z dalších obrazců je v **nejdelším** sloupci **59** šestiúhelníků (nad sebou).

9.1 Určete v tomto obrazci počet všech **tmavých sloupců**.

1 2 3 4 57 58 59

B Č B Č B Č B

29

29

$\boxed{58}$

9.2 Určete v tomto obrazci počet všech **bílých šestiúhelníků**.

$1 + 3 + \dots 57$

$\frac{29}{2}(1+57) = 841$

$\cdot 2$

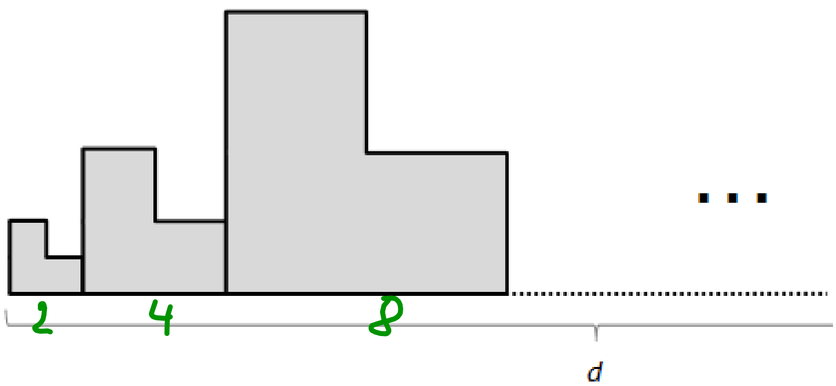
$+59$

$\boxed{1741}$

Obrazec je vytvořen z 9 dlaždic ve tvaru písmene „L".

Dlaždice jsou umístěny těsně vedle sebe a postupně se zvětšují. Rozměry každých dvou sousedních dlaždic jsou v poměru 1 : 2.

Délku celého obrazce vytvořeného z 9 dlaždic označme *d*.



Každou dlaždici lze rozdělit na tři shodné čtverce.
První dlaždice je nejmenší. Její obsah je 3 mm².

(CZVV)

max. 3 body

8 V obrazci vytvořeném z 9 dlaždic určete

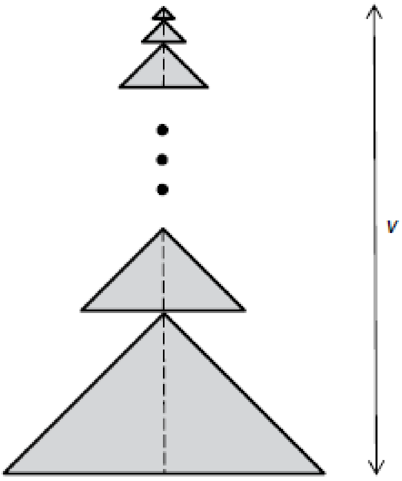
8.1 obsah plochy **páté** nejmenší dlaždice (v mm²),

8.2 délku *d* **celého** obrazce (v mm).

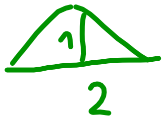
V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

Fiktivní obrazec je sestaven z podobných rovnoramenných trojúhelníků. Sousední trojúhelníky mají vždy jeden společný bod a jejich výšky na základnu leží na téže přímce.

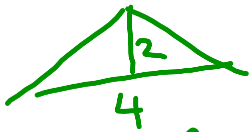
Nejmenší trojúhelník má délku základny 2 cm a velikost výšky na základnu 1 cm. Každý další trojúhelník má uvedené rozměry dvakrát větší než předchozí trojúhelník.



1
+2
+4
+ . . . .



$S = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$ cm²

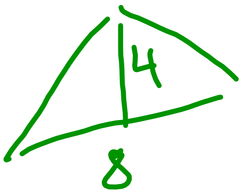


$S = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$ cm²

(CZVV)

12 Obrazec obsahuje 6 trojúhelníků.
Vypočtěte v cm² obsah největšího trojúhelníku. 1 bod

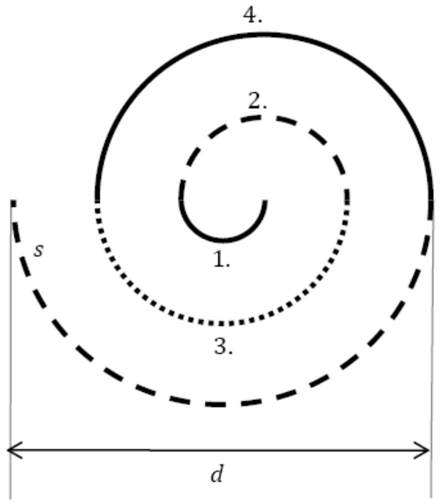
$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$



16

$1 \cdot \frac{2^{18} - 1}{2 - 1}$

13 Obrazec obsahuje 18 trojúhelníků.
Vypočtěte v cm výšku *v* celého obrazce. 1 bod



V zámecké dlažbě byla vytvořena spirála, jejíž část je znázorněna na obrázku. Spirála je složena z 15 navazujících různobarevných půlkružnic. Délka první půlkružnice je $a_1 = 22$ dm a každá následující půlkružnice je o 22 dm delší.

$a_{15} = a_1 + 14 \cdot d$

$22 + 14 \cdot 22 = 330$ dm

(CERMAT)

1 bod

13 **Vypočtěte délku a_3 třetí půlkružnice.**

max. 2 body

14 **Uveďte v metrech délku s celé spirály.** (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

$S_{15} = \frac{15}{2}(22 + 330)$

max. 2 body

15 Poslední půlkružnice spirály měří 33 m.

Uveďte v celých metrech průměr d této půlkružnice. (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

$o = \pi d$

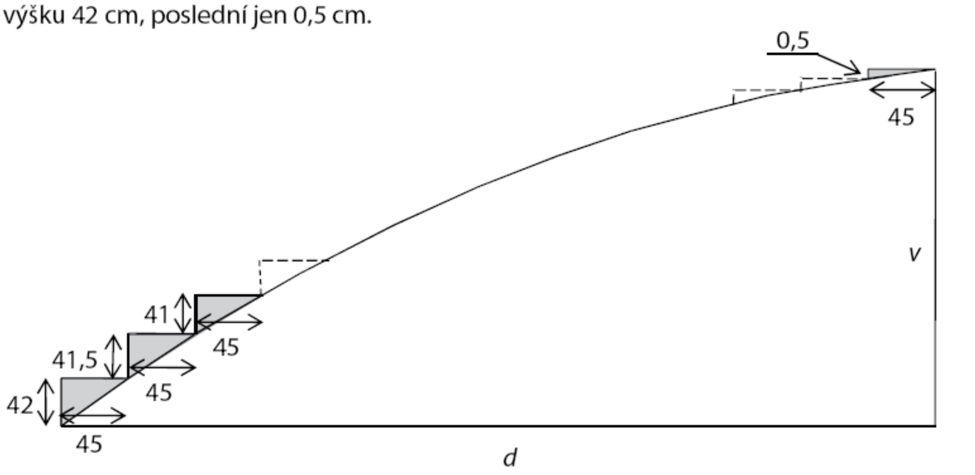
$66 = \pi d \quad d = 21$m

V soutěži byly za prvních 6 míst vyplaceny odměny v celkové hodnotě 2 400,– Kč. Nejvyšší odměna byla za první místo, za další umístění se odměny postupně snižovaly vždy o stejnou částku.

Které tvrzení je pravdivé?

A) Součet částek pouze za 1. a 6. místo je roven 800,– Kč.
B) Součet částek pouze za 1. a 6. místo je roven 1 200,– Kč.
C) Součet částek pouze za 1. a 6. místo je větší než 1 200,– Kč.
D) Součet částek pouze za 1. a 6. místo nelze jednoznačně určit.

V Kocourkově postavili schodiště na Kocouří vyhlídku. Všechny schody mají šířku 45 cm. Nejvyšší je první schod, každý následující schod je o 0,5 cm nižší. První schod má výšku 42 cm, poslední jen 0,5 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

(CERMAT)

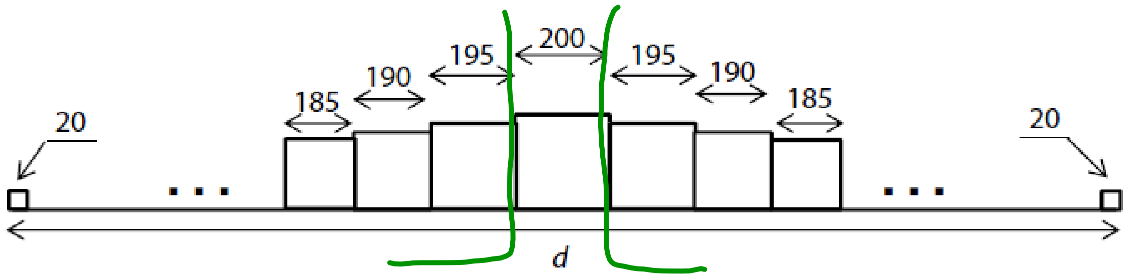
1 bod

6 **Vypočtěte v centimetrech, jakou vodorovnou vzdálenost** *d* **překonává schodiště na Kocouří vyhlídku.**

1 bod

7 **Vypočtěte v centimetrech výšku** *v* **celého schodiště na Kocouří vyhlídku.**

Kocourkovská zeď je sestavena z krychlí. Uprostřed je největší krychle s hranou délky 200 cm. Vpravo i vlevo od ní se souměrně přidávají další krychle, jejichž hrany se postupně zkracují o 5 cm. Zeď má na obou koncích nejmenší krychle s hranou délky 20 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

(CERMAT)

2 body

18 Jak dlouhá je zeď?

A) $d = 80{,}3$ m

B) $d = 79{,}4$ m

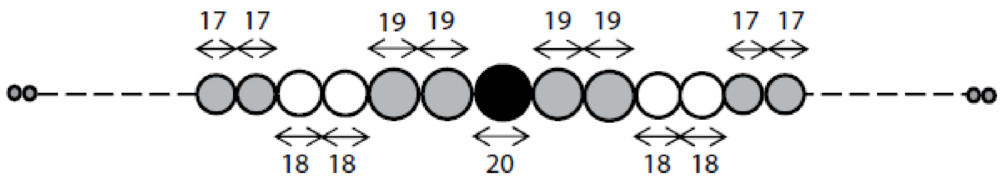
C) $d = 79$ m

D) $d = 78{,}6$ m

E) $d < 78{,}6$ m

Na rovném drátě je navlečeno celkem **61** korálků tvaru koule.

Uprostřed řady je největší korálek s průměrem 20 mm. Vedle něj jsou z každé strany dva korálky s průměrem 19 mm, potom dva korálky s průměrem 18 mm, dále dva korálky s průměrem 17 mm atd. V každé následující dvojici se průměr korálků o 1 mm zmenší. Mezi korálky nejsou žádné mezery.



Rozměry uvedené v obrázku jsou v milimetrech.

(CERMAT)

2 body

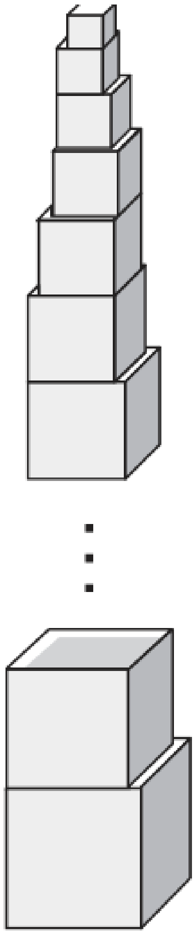
23 Jak dlouhá je řada korálků?

A) kratší než 720 mm

B) 730 mm

C) 740 mm

D) 750 mm



V Kocourkově postavili televizní věž ze samých krychlí.

Dole je největší krychle s délkou hrany 6 m
a každá následující krychle má hranu o 5 cm kratší.
Hrana nejmenší krychle měří 3,5 m.

Každé dvě sousední krychle mají jeden společný vrchol.
Při pohledu shora žádná z krychlí nepřečnívá přes níže položenou krychli.

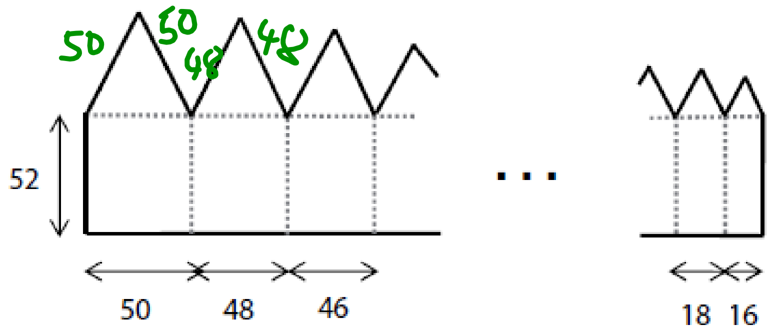
(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtěte výšku televizní věže.
Výsledek uveďte v metrech a nezaokrouhlujte.

Souvislý rovinný obrazec se skládá z několika „domečků" tvořených vždy obdélníkem a rovnostranným trojúhelníkem.

Šířka prvního obdélníku je 50 cm, každý následující obdélník je o 2 cm užší. Poslední obdélník má šířku 16 cm. Všechny obdélníky mají délku 52 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v cm.

(CZVV)

2 body

24 Jaký je obvod celého obrazce?

A) 1 688 cm

B) 1 735 cm

C) 1 784 cm

D) 1 886 cm

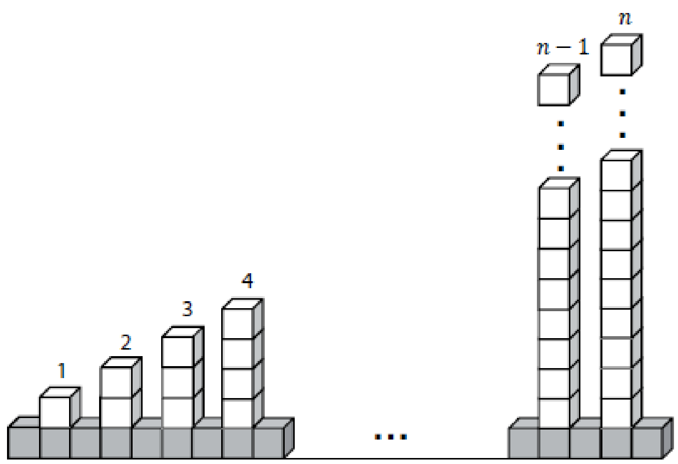
E) jiný obvod

Kocourkovští postavili plot ze stejně velkých tmavých a světlých krychlí.

Ve spodní řadě plotu umístili tmavé krychle těsně vedle sebe.

Na každé druhé tmavé krychli pak postavili sloupek ze světlých krychlí. Nejnižší je první sloupek s jednou světlou krychlí. Každý následující sloupek je vždy o jednu krychli vyšší. Nejvyšší sloupek tvoří n světlých krychlí.

Plot je zakončen tmavou krychlí za nejvyšším sloupkem.



(CZVV)

1 bod

6 **Vyjádřete počet <u>tmavých</u> krychlí v závislosti na veličině n, kde $n \in \mathbb{N}$.**

1 bod

7 **Určete počet všech krychlí (tmavých i světlých) použitých na stavbu plotu pro $n = 99$.**

22 Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4, kde $a_2 = -20$, $a_3 = 10$, představuje čtyři po sobě jdoucí členy **aritmetické** posloupnosti, čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4, kde $g_2 = -10, g_3 = 20$, čtyři po sobě jdoucí členy **geometrické** posloupnosti.

Přiřaďte uvedeným členům (22.1–22.4) odpovídající hodnoty (A–F):

22.1 a_1 ____

22.2 a_4 ____

22.3 g_1 ____

22.4 g_4 ____

A) -50

B) -40

C) -10

D) 5

E) 40

F) 50

aritm.

$\boxed{-50}\ \boxed{-20}\ \boxed{10}\ \boxed{40}$

$+30$

geom.

$\boxed{5}\ \boxed{-10}\ \boxed{20}\ \boxed{-40}$

$\cdot(-2)$

Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy **aritmetické** posloupnosti. Platí: $a_1 = 1,\ a_4 = -8$.

Čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy **geometrické** posloupnosti. Platí: $g_1 = 1,\ g_4 = -8$.

(CZVV)

2 body

18 Které z následujících tvrzení je nepravdivé?

A) $g_1 > g_2$

B) $g_3 > g_4$

C) $a_2 = g_2$

D) $a_3 = g_3$

E) $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$

$1 \quad \boxed{-2} \quad \boxed{-5} \quad -8$

$+d \quad +d \quad +d$

$1 + 3d = -8$

$d = -3$

$1 \quad -2 \quad 4 \quad -8$

26 **Přiřaďte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (26.1–26.3) následující člen (A–E).**

26.1 Aritmetická posloupnost: $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ ______

26.2 Aritmetická posloupnost: $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{3}$ ______

26.3 **Geometrická** posloupnost: $\frac{1}{6} \xrightarrow{\cdot 4}$; $\frac{2}{3} \xrightarrow{\cdot 4}$ ______

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{5}{2}$

C) $\frac{8}{3}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{7}{6}$

$$\frac{1}{6} \cdot q = \frac{2}{3} \quad / \cdot 6$$

$$q = 4$$

$$\frac{1}{6} + d = \frac{2}{3}$$

$$d = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

25 Přiřaďte ke každé posloupnosti (25.1–25.4) její druhý člen a_2 (A–F).

25.1 Aritmetická posloupnost: $a_1 = \frac{21}{2}$; $a_6 = -7$ ____

25.2 Aritmetická posloupnost: $a_1 = 12$; $s_4 = 0$ A

25.3 Geometrická posloupnost: $a_1 = 8$; $a_4 = -1$ ____

25.4 Geometrická posloupnost: $q = -\frac{1}{2}$; $s_3 = -12$ ____

A) $a_2 = 4$

B) $a_2 = 5$

C) $a_2 = 6$

D) $a_2 = 7$

E) $a_2 = 8$

F) jiná hodnota a_2

$$s_4 = \frac{4}{2}(12 + \overset{-12}{a_4}) = 0$$

$$12 \quad \boxed{4} \quad \boxed{-4} \quad -12$$

16 U každé z následující čtveřice čísel určete, tvoří-li geometrickou posloupnost (ANO), či nikoli (NE):

		A	N
16.1	$(4; 2; -2; -4)$	☐	☐
16.2	$(1; 4; 16; 64)$	☐	☐
16.3	$(8;\ -4; 2;\ -1)$	☐	☐
16.4	$(0; 4; 8; 12)$	☐	☐

V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\frac{a_2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{a_3}$$

Jaký je kvocient posloupnosti?

A) $\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{2}$

C) 2

D) 4

E) 6

$a_2 = 2$

$a_3 = 8$

$\cdot 4$

V geometrické posloupnosti s kladnými členy platí:

$a_2 = \frac{81}{2}$; $a_4 = \frac{1}{2}$

Do kterého z uvedených intervalů patří třetí člen a_3 posloupnosti?

A) $\langle 1; 4)$

B) $\langle 4; 8)$

C) $\langle 8; 16)$

D) $\langle 16; 32)$

E) $\langle 32; 40\rangle$

V geometrické posloupnosti platí:

$q = -2$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15{,}4$

Do kterého z uvedených intervalů patří první člen a_1 posloupnosti?

A) $\langle -8;\ 0)$

B) $(0;\ 2\rangle$

C) $(2;\ 4\rangle$

D) $(4;\ 8\rangle$

E) do žádného z uvedených

$a_1 + a_1 \cdot q^{-2} + a_1 \cdot q^2 \ldots = 15{,}4$

$a_1 - 2a_1 + 4a_1 - 8a_1 + 16a_1 = 15{,}4$

$11a_1 = 15{,}4$

$a_1 = 1{,}4$

23 Druhý a třetí člen **geometrické posloupnosti** je $a_2 = 12$, $a_3 = 18$.

Jaký je součet prvních čtyř členů této posloupnosti $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$?

A) 60

B) 64

C) 65

D) 72

E) jiný součet

V geometrické posloupnosti je dán kvocient $q = \dfrac{3}{2}$ a člen $a_{54} = 54$.

Určete hodnoty členů a_{55} a a_{51}.

24 V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$a_2 = 2$

$a_2 \cdot a_3 = 6$

$a_1 \quad a_2 \quad a_3$

$\quad\;\; 2 \quad 3$

Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

$\cdot \frac{3}{2} \qquad \cdot \frac{3}{2}$

A) $a_1 = \frac{4}{3}$

B) $\underbrace{a_1 q}_{a_2} = 2$

C) $\underbrace{a_2 q}_{a_3} = 3$

D) $a_3 = 3$

E) $\frac{a_3}{q} = \frac{3}{4}$

Pan Novák vložil jednorázově na spořicí účet 100 000 korun. Na konci prvního, druhého i třetího roku částka na účtu vzrostla o **čistý** úrok ve výši 3 % a na konci každého z následujících let o **čistý** úrok ve výši 2 %. Úrok se počítá z částky na účtu v daném roce.

(CERMAT)

2 body

19 Kolik korun (zaokrouhleno na tisíce) přibylo panu Novákovi na účtu během prvních 6 let spoření?

A) 13 000 korun

B) 15 000 korun

C) 16 000 korun

D) 30 000 korun

E) 35 000 korun

$100\,000 \cdot 1{,}03^3 \cdot 1{,}02^3$

Obchod při výprodeji snížil původní cenu zboží o 40 %. Navíc svým věrným zákazníkům rozeslal SMS zprávu s nabídkou další 15 % slevy z ceny již zlevněného zboží.

(CZVV)

max. 2 body

11 Vypočtěte, o kolik procent se původní cena zboží snížila věrným zákazníkům, kteří využili i slevu nabízenou v SMS zprávě.

$0,60 \cdot 0,85 = 0,51$

$\boxed{49\,\%}$

Stroj ztrácí každoročně 40 % ceny z předešlého roku.

Na kolik procent současné ceny se sníží cena stroje za 2 roky?

A) na méně než 20 %

B) na 20 %

C) na 25 %

D) na 36 %

E) na více než 36 %

$0{,}60^2 = 0{,}36$

Svetr byl před Vánocemi zdražen o 25 %. V lednu byl zdražený svetr zlevněn zpět na cenu, kterou měl před zdražením.

O kolik procent byla v lednu snížena cena zdraženého svetru?

1000 . . . x %
1250 . . . 100 %

A) o méně než 20 %

B) o 20 %

C) o 25 %

D) o 36 %

E) o více než 36 %

V rámci úsporných opatření rozhodlo vedení podniku, že na konci každého čtvrtletí klesne počet zaměstnanců podniku o 7 % oproti stavu na počátku čtvrtletí.

O kolik procent klesne počet zaměstnanců od začátku roku k počátku ledna roku následujícího?

A) 22
B) 25
C) 27
D) 30

$0{,}93^4 \doteq 0{,}75$

V Kocourkově se příjmy obyvatel každým rokem zvýší o 50 % oproti příjmům z předchozího roku. Během každého dvouletého období však peníze ztratí polovinu své hodnoty.

(CERMAT)

2 body

22 Jak se změní hodnota příjmů po uplynutí 10 let?

A) Zvýší se více než o 200 %.

B) Zvýší se přibližně o 80 %.

C) Nezmění se.

D) Sníží se přibližně o 69 %.

E) Sníží se přibližně o 94 %.

$$\left(1{,}50^2 \cdot 0{,}50\right)^5$$

2 roky

Majitel dílny nakoupil na úvěr s roční úrokovou mírou 10 % materiál v ceně 800 000 Kč, úroky se připisují koncem každého roku. Majitel splatí celou částku jednorázově po uplynutí pěti let. O kolik procent splátka převýší úvěr?

Řešení: přibližně o 61 %

$$1{,}10^5 \doteq 1{,}61$$

$$800\,000 \cdot 1{,}10^5 =$$

V oblasti se během dvou let počet obyvatel zvýšil z 24 500 na 26 500. V obou letech byl zaznamenán stejný procentuální přírůstek oproti předchozímu roku (meziroční procentuální přírůstek).

(CERMAT)

2 body

18 Jaký meziroční přírůstek byl zaznamenán?

A) méně než 4,0 %

B) přibližně o 4,0 %

C) přibližně o 4,1 %

D) přibližně o 4,2 %

E) více než o 4,2 %

$$24500 \cdot q^2 = 26500$$

$$q \doteq 1{,}04002$$

Počítač byl pořízen za 10 000 Kč. Každým následujícím rokem se z ceny počítače odepisuje vždy stejné procento ceny z předchozího roku. Po čtyřech letech se hodnota počítače sníží přibližně na 1 300 Kč.

(CERMAT)

2 body

22 Kolik procent (s přesností na 1 %) se každým rokem odepisuje z ceny počítače?

A) méně než 22 %

B) 22 %

C) 34 %

D) 40 %

E) více než 40 %

$$10000 \cdot q^4 = 1300$$

$$q \doteq 0{,}60$$

Kocourkovští chtěli prodat stroj za 200 000 Kč, ale za tuto cenu ho nikdo nekoupil. Proto pevně stanovili počet procent, o který se každodenně sníží prodejní cena stroje z předchozího dne.

Po čtvrtém snížení, kdy cena klesla na 81 920 Kč, stroj konečně prodali.

(CZVV)

2 body

20 O kolik korun se cena snížila poprvé?

A) o méně než 30 000 Kč

B) o 30 000 Kč

C) o 35 000 Kč

D) o 40 000 Kč

E) o více než 40 000 Kč

$200\,000 \cdot q^4 = 81920$

$q = 0{,}8$

↓

sníž. o 20 %

Stará poštovní známka během posledního roku dvakrát zvýšila svou cenu, a to vždy o 25 % z předchozí ceny. Nyní ji lze koupit za 750 korun.

Jakou cenu měla před rokem?

$$x \cdot 1{,}25^2 = 750$$

A) méně než 400 korun

B) 430 korun

C) 450 korun

D) 480 korun

E) jiný počet korun

Kocourkovští potřebovali peníze na opravu cest. V prvním roce si půjčili 1 milion korun. Nic nesplatili, proto ve druhém roce dluh narostl na 1,5 milionu korun. Protože Kocourkovští peníze ani nadále nespláceli, dluh se v každém dalším roce zvýšil o 50 % dluhu z **předchozího** roku.

(CERMAT)

2 body

19 Ve kterém roce dluh poprvé překročil částku 15 milionů korun?

A) v 6. roce

B) v 8. roce

C) v 9. roce

D) v 10. roce

E) později než v 10. roce

$7x$

$\cancel{1000000} \cdot 1{,}50^{\boxed{n}} = 15 \cdot \cancel{10^6}$

$1{,}50^n = 15$

$n \cdot \log 1{,}5 = \log 15$

$n \doteq 6{,}68$